固有状態が2つ($\phi_1(x), \phi_2(x)$)しかない系(2準位系)のシュレディンガー方程式 $\hat{H}\psi(x) = E\psi(x)$ において、

1. 波動関数を $\psi(x) = c_1\phi_1(x) + c_2\phi_2(x)$ と表すと、次のように書き直せることを示せ：

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 & V \\ V & \varepsilon_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

ただし、規格直交化されている固有状態($\int \phi_i^*(x)\phi_j(x)dx = \delta_{ij}$)を用いて次のように定義される。

$$\varepsilon_1 \equiv \int \phi_1^*(x)\hat{H}\phi_1(x)dx, \quad V \equiv \int \phi_1^*(x)\hat{H}\phi_2(x)dx = \int \phi_2^*(x)\hat{H}\phi_1(x)dx, \quad (2)$$

$$\varepsilon_2 \equiv \int \phi_2^*(x)\hat{H}\phi_2(x)dx (> \varepsilon_1). \quad (3)$$

2. このとき固有値 E_1, E_2 , ($E_2 > E_1$) を求め、 $E_1 + E_2 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ (エネルギーの重心の保存), $E_2 - \varepsilon_2 > 0$, $E_1 - \varepsilon_1 < 0$ であることを示せ。
3. 固有値 E_1, E_2 のそれぞれに対する規格化された固有ベクトルを計算し、それらが直交することを示せ。