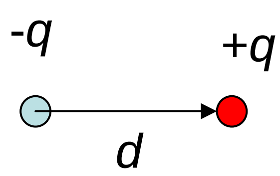
電気双極子モーメントおよび磁気双極子モーメント

目次

Made by R. Okamoto (Kyushu Institute of Technology)
filename=ele-mag-dipole-moment090715.ppt

1．電気双極子モーメントとそれが作る電場

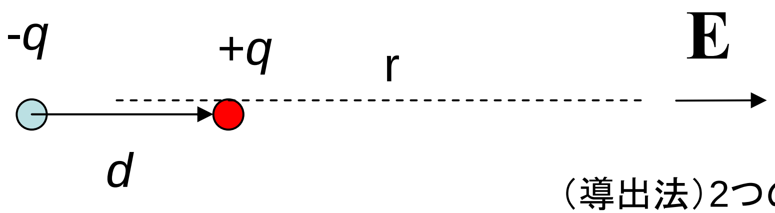
距離dだけ離れて存在している$-q$, $+q$の正負の電荷対を電気双極子とい
い、$p=qd$を電気双極子モーメントという。dに向きを持たせると
電気双極子モーメントは一般にはベクトルである。



$p=qd$

$$\mathbf{p} \equiv q\mathbf{d}$$

電気双極子がその方向の十分遠方の距離rの地点につくる電場の大きさE

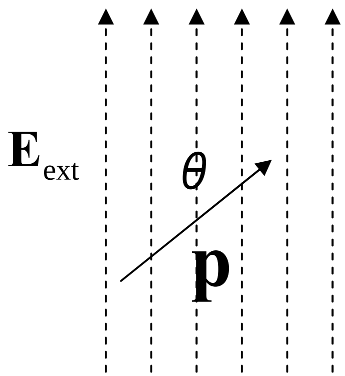


$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{p}{r^3}\ [\varepsilon_0\text{: 真空の誘電率}]$$

（導出法）2つの電荷が(両方の中点から）距離rの点につくる
電場を求め、dに比べてrがかなり大きい条件の下で、
近似すれば得られる。

2. 外部電場の中の電気双極子モーメント

外部電場E_{ext}中の電気双極子に働くポテンシャル・エネルギー

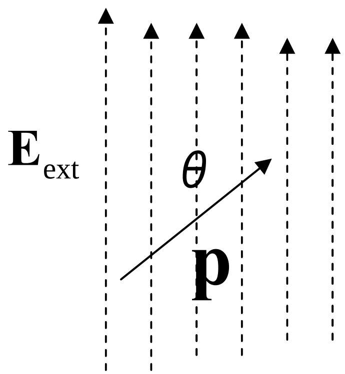


$$U = -\mathbf{p} \bullet \mathbf{E}_{ext}$$
$$= -pE_{ext}\cos\theta$$

PベクトルとE_{ext}ベクトルが平行になろうとする。

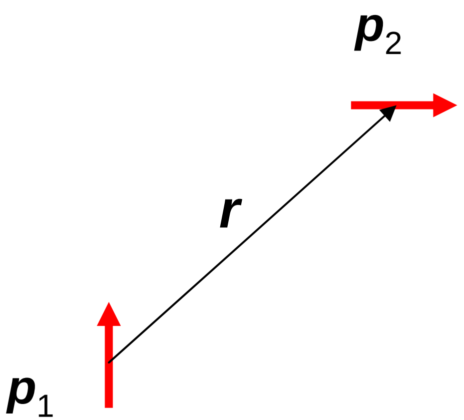
（導出法）電荷(-q)が（x,・・・））にあり、(+q)が（x+dx,・・・）にあるとして、ポテンシャルをもとめ、（x+dx,・・・）におけるポテンシャルをテーラー展開し、第二項までで近似すれば 得られる。

空間的均一な外部電場E_{ext}中の電気双極子に働くトルク（力のモーメント）



$$\mathbf{N} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}_{ext}$$

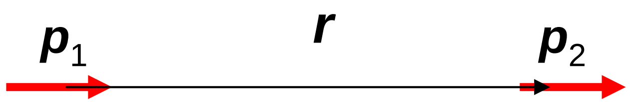
3. 電気双極子モーメント間の相互作用ポテンシャル



$$U_{12} = -\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\left[\frac{3(\mathbf{p}_1\bullet\mathbf{r})(\mathbf{p}_2\bullet\mathbf{r})}{r^5} - \frac{(\mathbf{p}_1\bullet\mathbf{p}_2)}{r^3}\right]$$

導出:一番目の電気双極子モーメントが位置rにおいて作る電場の下で、2番目の電気双極子モーメントが感じる電気的ポテンシャルエネルギーを計算する。

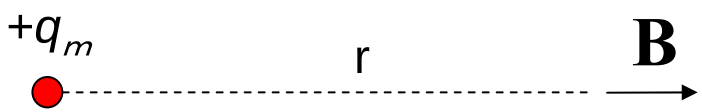
類似:分子間のファン・デア・ワールス力



左記の相互配置が最もエネルギーが低い。

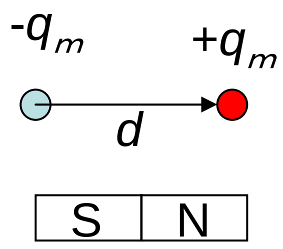
4. 磁気双極子モーメントとそれが作る磁場

「磁荷」q_mが距離rの地点につくる磁場（磁束密度）の大きさB



$$B = \frac{1}{4\pi}\frac{q_m}{r^2}$$

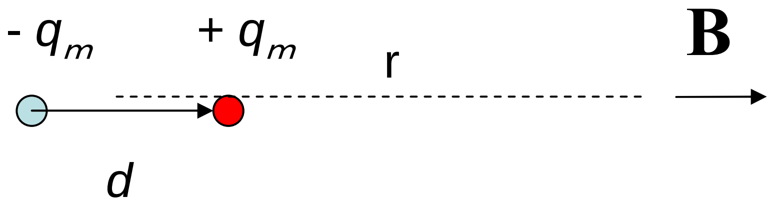
距離dだけ離れて存在している$-q_m$, $+q_m$の正負の「磁荷」対を磁気双極子といい、$\mu = q_m d/\mu_0$を磁気双極子モーメントという。dに向きを持たせると磁気双極子モーメントは一般にはベクトルである。



微小磁石

$$\mu \equiv \frac{q_m d}{\mu_0}$$

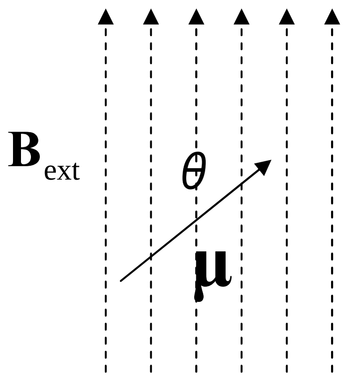
磁気双極子がその方向の十分遠方の距離rの地点につくる磁場の大きさB



$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\mu}{r^3},\ [\mu_0\text{: 真空の透磁率}]$$

5．外部磁場の中の磁気双極子モーメント

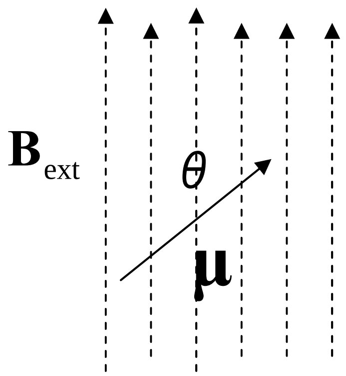
外部磁場B_{ext}中の磁気双極子に働くポテンシャル・エネルギー



$$U = -\boldsymbol{\mu}\bullet\mathbf{B}_{ext}$$
$$= -\mu B_{ext}\cos\theta$$

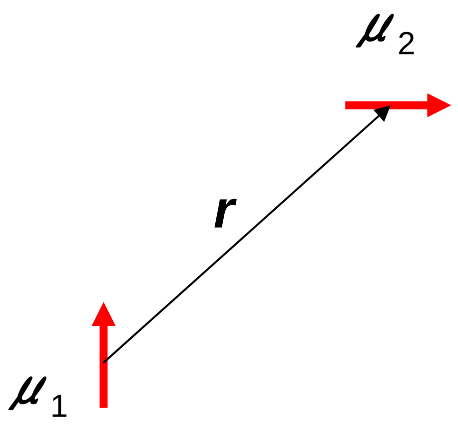
μ ベクトルとB_{ext}ベクトルが平行になろうとする。

空間的均一な外部磁場B_{ext}中の磁気双極子に働くトルク（力のモーメント）



$$\mathbf{N} = \boldsymbol{\mu}\times\mathbf{B}_{ext}$$

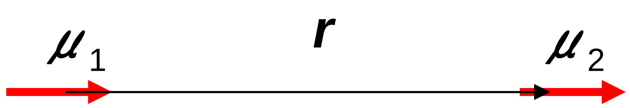
6. 磁気双極子モーメント間の相互作用ポテンシャル



$$U_{12} = -\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)\left[\frac{3(\boldsymbol{\mu}_1 \bullet \mathbf{r})(\boldsymbol{\mu}_2 \bullet \mathbf{r})}{r^5} - \frac{(\boldsymbol{\mu}_1 \bullet \boldsymbol{\mu}_2)}{r^3}\right]$$

導出：一番目の磁気双極子モーメントが位置rにおいて作る磁場の下で、2番目の磁気双極子モーメントが感じる磁気的ポテンシャルエネルギーを計算する。

類似：核力におけるテンソル力成分



左記の相互配置が最もエネルギーが低い。

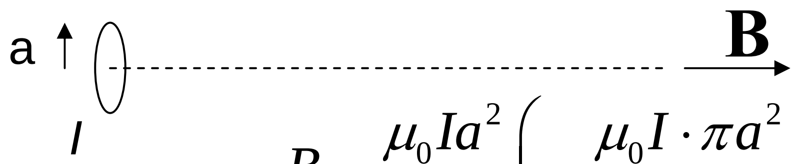
7. 微小円形電流と磁気双極子の比較

磁気双極子のつくる磁場

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\mu}{r^3}$$

微小円形電流の作る磁場

半径a、電流の強さ*I*の円電流（分子磁石）が十分遠方の距離rの地点につくる磁場*B*



$$B = \frac{\mu_0 I a^2}{2r^3}\left(= \frac{\mu_0 I \cdot \pi a^2}{2\pi r^3} = \frac{\mu_0 I \cdot S}{2\pi r^3}\right), \quad S \equiv \pi a^2, \mu_0 : \text{真空の透磁率}$$

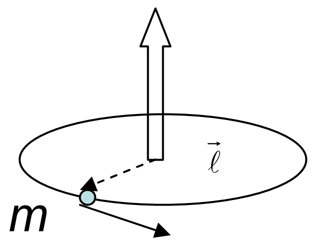
磁気双極子モーメント＝（微小電流の大きさ）X(微小電流が囲む面積)

$$\mu = I \times S$$

等価

８．磁気双極子モーメントと角運動量

質量m、電荷q,速さvの荷電粒子が半径rの円運動をする場合の軌道角運動量



$$\vec{\ell} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$$

荷電粒子の軌道運動による磁気双極子モーメント＝[（電荷）/2x(質量)]x(軌道角運動量)

$$I = q/T = q(v)/(2\pi r),\ S = \pi r^2$$

$$\rightarrow \mu_{\mathrm{orbit}} = \left(\frac{q}{2m}\right)\ell$$

電子の軌道運動による磁気双極子モーメント

$$\mu_{\mathrm{orbit}} = \left(\frac{-e}{2m_e}\right)\ell,\quad \text{ベクトル表現}\ \vec{\mu}_{\mathrm{orbit}} = \left(\frac{-e}{2m_e}\right)\vec{\ell}$$

参考：量子力学においては、スピン角運動量sに起因する磁気双極子モーメントも定義できる。

９．原子の磁気双極子モーメントは電子のスピンで決まる

$$\vec{\mu}_{\mathrm{e}} = \left(\frac{-e}{2m_e}\right)\vec{\ell}_e + g_e\left(\frac{-e}{2m_e}\right)\vec{s}_e;\ g_e = (\text{電子の g 因子})$$

$$\vec{\mu}_{\mathrm{p}} = \left(\frac{-e}{2m_p}\right)\vec{\ell}_p + g_p\left(\frac{-e}{2m_p}\right)\vec{s}_p;\ g_p = (\text{陽子の g 因子})$$

$$\rightarrow |\vec{\mu}_{\mathrm{e}}| >> |\vec{\mu}_{\mathrm{p}}|$$

$g_e = 2.0023.$

$g_e \neq 1$であることは古典論では理解できない謎であった。

g_eの値の2.00からのずれ（電子の異常磁気モーメント）

は量子電磁力学(1940年代）により解明された！

陽子（p）の質量は電子（e）の1840倍

多くの材料では、電子の軌道運動による磁気的効果は相互に相殺し、正味ゼロか非常に小さくなる。

$$\vec{\mu} \cong \vec{\mu}_{\mathrm{e}} \cong g_e\left(\frac{-e}{2m_e}\right)\vec{s}_e$$

参考文献

中山正敏「電磁気学」、裳華房、1986年。1章、5章。
中山正敏「物質の電磁気学」、岩波書店、1996年。4章、5章。

V.D.バーガー、M. D.オルソン「電磁気学I」、培風館、1991年。特に、4、7章。