

質量 m の (量子的) 粒子が長さ L の直線上に束縛されているだけで、力が働いていないとする。(1次元量子箱)。粒子の位置と運動量についての不確定性関係を適用して、この粒子の取りうるエネルギー E の最小値をもとめ、量子的な粒子は静止できるかどうかを述べよ。ただし、プランク定数を h とする。

(解答例)

量子的な粒子は与えられた線分のどこかに存在するのだから、その位置の不確定性 Δx は L よりも大きくない。もし、 $\Delta x = L$ と置けば、位置と運動量についての不確定性関係 $\Delta x \Delta p \geq h/4\pi$ より、運動量の不確定性 Δp が生じる。題意より、可能なエネルギーの最小値を求めようとしているのだから、

$$\begin{aligned} E &= \frac{(\Delta p)^2}{2m} \\ &\geq \frac{(h/4\pi L)^2}{2m} \\ \rightarrow E &\geq \frac{h^2}{32\pi^2 m L}. \end{aligned} \tag{1}$$

すなわち、最小エネルギーはゼロではなく、有限なので、量子的粒子は静止することは不可能であることを意味する。