

大きさ $2.5\text{\AA}$ の微小物体を光子または (質量をもつ) 粒子を用いて観測したい。

1. この微小物体が観測されるための条件を簡潔に述べよ。
2. このために使用できる光子の最低エネルギーは何 eV か。
3. 光子の代わりに電子を用いると最低エネルギーは何 eV か。
4. 以上の結果は何を意味しているか、簡潔に述べよ。

ただし、光速度 $c \cong 3.0 \times 10^8 \text{m/s}$ 、プランク定数 $h \cong 6.63 \times 10^{-34} \text{joule} \cdot \text{s}$ 、電子質量 $m = 0.91 \times 10^{-30} \text{Kg}$ 、 $1\text{eV} \cong 1.60 \times 10^{-19} \text{joule}$ とする。

(解答)

1. 観測されるためには光が散乱されなければならない。光が散乱されるためには、その波長が観測される物体の大きさと同程度かまたはより小さくなければならない。(小物体が水面波を散乱させることを想起せよ。)

2. 今の場合、許される最大波長 $\lambda = 2.5\text{\AA}$ だから、光子の最小エネルギー E は

$$\begin{aligned} E &= \frac{hc}{\lambda} \\ &= \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s} \times 3.0 \times 10^8 \text{m/s}}{2.5 \times 10^{-10} \text{m}} \\ &= \frac{6.63 \times 3.0}{2.5 \times 1.6} \times 10^{-34+8+10+19} \text{eV} \\ &= 4.98 \times 10^3 \text{eV} \cong 5.0 \text{ KeV}. \quad (1) \end{aligned}$$

3. 前問と同様に、電子の最大波長 $\lambda = 2.5\text{\AA}$ をド・ブローイ波長とみなして、電子の運動量 p とエネルギー E は、古典近似を使えば、

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{p} \\ &= \frac{h}{\sqrt{2mE}}. \quad (2) \end{aligned}$$

だから、必要な電子のエネルギーは

$$E = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{joule} \cdot \text{s})^2}{2 \times 0.91 \times 10^{-30} \text{Kg} \times (2.5 \times 10^{-10} \text{m})^2} \\ &= \frac{6.63^2}{2 \times 0.91 \times 2.5^2} \times 10^{-68+30+20} \text{J} \\ &= 3.86 \times 10^{-18} \text{J} \\ &= 24.2 \text{eV} \quad (3) \end{aligned}$$

4. 上記の結果のように、同じ大きさの物体を観測するには、電子(のビーム)を使用すれば光に比べて約 200 分の 1 でよい。逆に、同じ大きさのエネルギーならば、光を用いる(光学顕微鏡)より、電子を用いる(電子顕微鏡の方)がより小さい物体を観測できる。(備考: 電子の代わりに中性子を用いると最低エネルギーは電子より、さらに約 1840 分の 1 に小さくなる。)