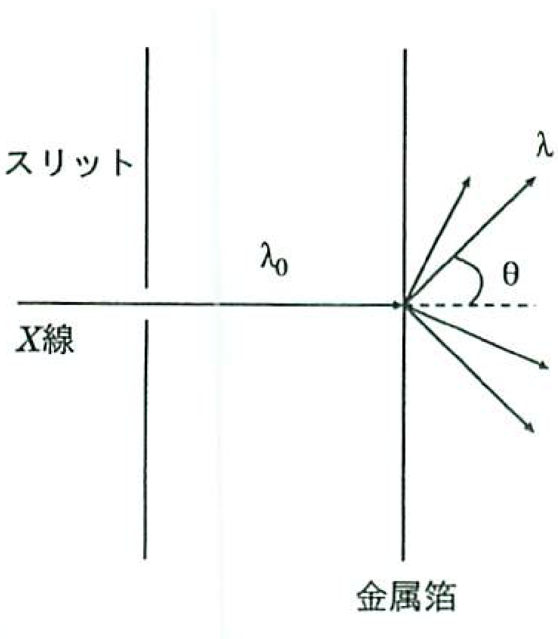
コンプトン効果またはコンプトン散乱

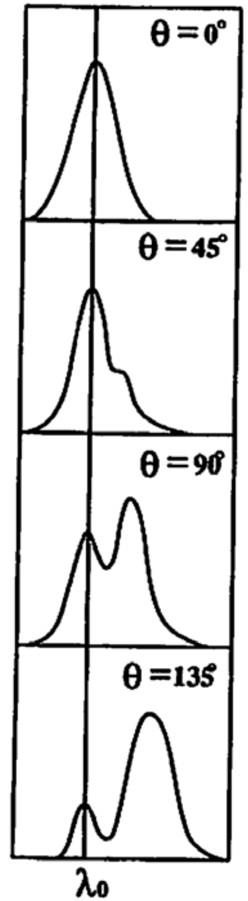
目次

Made by R. Okamoto (Kyushu Institute of Technology)
filename=compton-effect-summary101026.ppt

1. コンプトンによる実験

物質に（波長が数Aの）X線を照射すると、散乱Xの角度分布に、入射波と同じ波長の散乱X線とともに、波長の長くなる散乱X線と電子の放出が観測される。波長が同じ散乱を<u>トムソン散乱</u>と呼ぶ。波長の短くなる散乱を発見者に因んで、<u>コンプトン散乱</u>（またはコンプトン効果）と呼ぶ。





2. 微視的過程ー光子と電子の弾性散乱ー

実験事実を、コンプトンは<u>離散的なエネルギーと運動量をもつ光子と静止した電子の弾性散乱</u>と近似して（見なして）解析した。（特殊相対論を用いた分析）

散乱X線

（散乱光子）

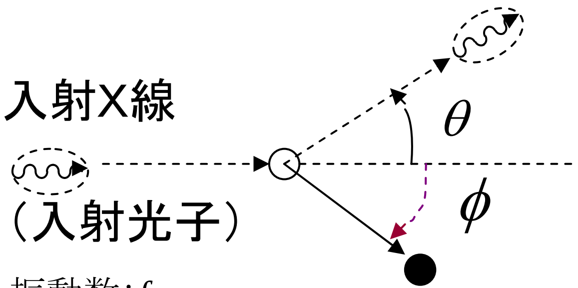
振動数: f

角振動数: $\omega = 2\pi f$

エネルギー: $hf\,(=\hbar\omega)$

運動量: $\dfrac{hf}{c}$

入射X線



（入射光子）

振動数: f_0

角振動数: $\omega_0 = 2\pi f_0$

エネルギー: $hf_0(=\hbar\omega_0)$

運動量: $\dfrac{hf_0}{c}$

反跳電子

質量: m_e

運動量: p_e

エネルギー: E_e

注意：散乱角度を光子の入射方向から，
光子に対しては反時計周りに，
電子に対しては時計周りに取った．

エネルギー保存則

$$hf_0 + mc^2 = hf + E,$$

$$E \equiv \sqrt{(mc^2)^2 + (cp)^2}$$

運動量保存則（入射方向）

$$\frac{hf_0}{c} = \frac{hf}{c}\cos\theta + p_e \cdot \cos\phi$$

運動量保存則（入射方向と垂直な方向）

$$0 = \frac{hf}{c}\sin\theta - p_e \cdot \sin\phi$$

2'. 微視的過程ー光子と電子の弾性散乱ー (電子の散乱角度の取り方を変えると)

実験事実を、コンプトンは離散的なエネルギーと運動量をもつ光子と静止した電子の弾性散乱と近似して(見なして)解析した。(特殊相対論を用いた分析)

散乱X線
(散乱光子)

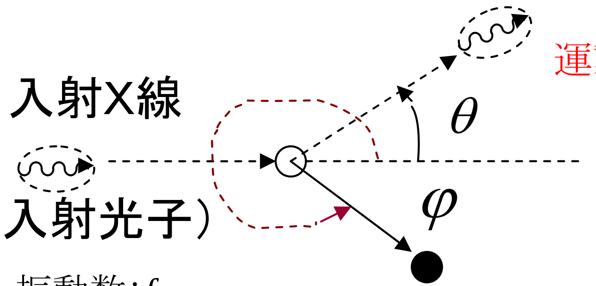
振動数: f

角振動数: $\omega = 2\pi f$

エネルギー: $hf\,(=\hbar\omega)$

運動量: $\dfrac{hf}{c}$

入射X線



(入射光子)

振動数: f_0

角振動数: $\omega_0 = 2\pi f_0$

エネルギー: $hf_0\,(=\hbar\omega_0)$

運動量: $\dfrac{hf_0}{c}$

反跳電子

質量: m_e

運動量: p_e

エネルギー: E_e

エネルギー保存則

$$hf_0 + mc^2 = hf + E,$$

$$E \equiv \sqrt{(mc^2)^2 + (cp)^2}$$

運動量保存則(入射方向)

$$\frac{hf_0}{c} = \frac{hf}{c}\cos\theta + p_e \cdot \cos\varphi$$

運動量保存則(入射方向と垂直な方向)

$$0 = \frac{hf}{c}\sin\theta + p_e \cdot \sin\varphi$$

注意: 散乱角度を光子の入射方向から,
光子に対しては反時計周りに,
電子に対しても反時計周りに取った.

反跳電子の散乱角度の2つの定義間の関係

$$\varphi = 2\pi - \phi$$

$$\begin{aligned}\to \sin\varphi &= \sin(2\pi - \phi)\\ &= \sin(2\pi)\cos\phi - \cos(2\pi)\sin\phi\\ &= -\sin\phi\end{aligned}$$

3．コンプトン効果の関係式（1）

散乱光子の波長λと散乱角θの関係

$$\lambda-\lambda_0=\left(\frac{h}{m_e c}\right)(1-\cos\theta),$$

$$=\lambda_{\mathrm{compton}}(1-\cos\theta),$$

$$\lambda_{\mathrm{compton}}\equiv\frac{h}{m_e c};\text{(電子の）コンプトン波長}$$

$$=0.024A=0.024\times10^{-10}\,\mathrm{m}.$$

波長の相対的変化率ーコンプトン効果が無視できるかどうかの目安ー

$$\frac{\lambda-\lambda_0}{\lambda_0}=\frac{\left(\frac{h}{m_e c}\right)}{\lambda}(1-\cos\theta)$$

$$\equiv\frac{\lambda_{\mathrm{compton}}}{\lambda}(1-\cos\theta),$$

$$\rightarrow\frac{\lambda_{\mathrm{compton}}}{\lambda_0}=\begin{cases}0.06\ (6\%) & \text{for } \lambda=0.4\mathrm{A}=0.04\mathrm{nm}=0.4\times10^{-10}\mathrm{m};\text{X線}\\ 0.000024\ (0.0024\%) & \text{for } \lambda=1000\mathrm{A}=1\mathrm{nm}=10^{-7}\mathrm{m},;\text{可視光}\end{cases}\quad\text{for electron}$$

効果は有意の大きさと見なされる

効果は無視できる

半古典近似：

次のように、電子のエネルギー（＝静止エネルギー＋運動エネルギー）と運動量について、半古典近似を行っても、コンプトンの関係式が近似的に導出される。

$$E \cong mc^2 + \tfrac{1}{2} mv^2$$

$$p \cong mv,$$

$$(f - f_0)^2 \ll 2 ff_0 \cdot (1 - \cos\theta) \longleftarrow \quad \text{多くの実験的事実より}$$

$$\longrightarrow \qquad \lambda - \lambda_0 \approx \left(\frac{h}{m_e c} \right) (1 - \cos\theta),$$

4.コンプトン効果の関係式（2）

反跳電子の運動エネルギーK_eと光子の散乱角θの関係

$$K_e = \left(\frac{ch}{\lambda_0}\right)\frac{2\left(\frac{\lambda_{\mathrm{compton}}}{\lambda_0}\right)\cdot\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{1+2\left(\frac{\lambda_{\mathrm{compton}}}{\lambda_0}\right)\cdot\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

反跳電子の散乱角ϕと光子の散乱角θの関係

$$\tan\phi = \frac{1}{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{\lambda_{\mathrm{compton}}}{\lambda_0}\right)}$$

参考文献

佐川弘幸、清水克多郎「量子力学」、シュプリンガー・フェアラーク東京
高田健次郎「わかりやすい量子力学入門」丸善株式会社
原田勲，杉山忠男「量子力学I」，講談社
猪木慶治，川合　光「基礎量子力学」，講談社