

(相対論的な速度合成)

実験室（簡単のために地面という）から見たとき、電子 A は右向きに速さ $v_A (= 2.9 \times 10^8 \text{m/s})$ で、電子 B は左向きに速さ $v_B (= 2.7 \times 10^8 \text{m/s})$ で運動しているとする。電子 B に対する電子 A の相対的な速さが光速 $c (= 3.0 \times 10^8 \text{m/s})$ を越えるかどうかを考える。

1. 「左右に光速に近い速度で運動するのだから、お互い $5.6 \times 10^8 \text{m/s}$ で離れてゆくはずである。これは粒子の速度は光速 c を越えることはできないという特殊相対論の帰結に反しないか」という意見について論評せよ。
2. 電子 B とともに運動する座標系（ $\equiv S$ 系）から見ると、地面（ $\equiv S'$ 系）はどんな速度（速さと向き）で運動することになるか、 S' 系からみた電子 A の速度（速さと向き）はどうなるか。相対論的な速度合成則により、電子 B からみた電子 A の速さ v_{AB} を計算せよ。

[解答例]

1. この議論においてまず確認すべきは、左右に離れていく電子を考えた時点で、電子 A とともに運動する系でも B とともに運動する系でもなく、第三者の視点（C 系とする）に立っていることである。なぜならば、電子 A または電子 B に乗っている観測者ならば、自分のいる座標系は「静止」と見るはずである。次に、C 系におけるモノサシ（物差）と時計を、そのままこの座標系でも使えると考えるのがニュートン力学（におけるガリレイ変換）の立場である。特殊相対論では、観測者がいる座標系によってモノサシの長さも時計の進みかたも異なると考えるので、左向きに進む電子 B から見た別の粒子の速度を計算するには左向きの電子 B とともに運動する座標系におけるモノサシと時計で計算しなければならない。その計算結果が相対論的な速度合成則として登場し、それにより光速を越える物体（粒子）の速度は観測されないことがわかるのである。
2. 電子 B とともに運動する座標系（S 系）から見ると、地面は右向きに速さ $V = 2.7 \times 10^8 \text{m/s}$ で運動することになる。さらに、題意より、電子 A は右向きに $v_A (= 2.9 \times 10^8 \text{m/s})$ で運動する。以上の結果を、相対論的な速度合成則に代入すると電子 B からみた電子 A の速さ v_{AB} は

$$\begin{aligned} v_{AB} &= \frac{v_A + V}{1 + \frac{v_A V}{c^2}} \\ &= \frac{2.9 + 2.7}{1 + \frac{2.9 \cdot 2.7}{3.0 \cdot 3.0}} \times 10^8 \text{m/s} \\ &= 2.99465 \times 10^8 \text{m/s} \end{aligned} \quad (1)$$

[コメント] ニュートン力学の帰結と特殊相対論の帰結のどちらが正しいかは、実際に実験をしてみなければわからない。CERN（欧州共同原子核研究所）で行われた実験では、光速の 99.975 % のパイ中間子から飛び出た光であってもやはり光速であったことが確認されている。