

2 事象の時間順序と時刻差

二つの事象 A,B がある慣性系 (S 系) では同時刻に、距離は 600km 離れておこるという。この S 系に対して、等速度運動する系 (S' 系) では、事象 A,B は同じ向きに 1200 km 離れて起こるといふ。 S' 系では事象 A,B の起こる順序と時刻差はどうなるか。ある慣性系 $Oxyz$ (S 系) に対して、 $x(x')$ 軸方向に一定の速度 V で運動する座標系 $O'x'y'z't'$ (S' 系) を考える。ここで、真空中の光速を c とし、 $\beta \equiv V/c$, $\gamma \equiv 1/\sqrt{1 - (V/c)^2}$ という記号を使用する。座標、時間のローレンツ変換式は次のように与えられる。 $x' = \gamma(x - Vt)$, $y' = y$, $z' = z$, $t' = \gamma(t - Vx/c^2)$

(解答例)

ローレンツ変換式より

$$x'_B - x'_A = \frac{(x_B - x_A) - V(t_B - t_A)}{\sqrt{1 - (V/c)^2}} \quad (1)$$

題意より

$$12 \times 10^5 \text{ m} = \frac{(6 \times 10^5 \text{ m}) - V \times 0}{\sqrt{1 - (V/c)^2}} \quad (2)$$

$$\rightarrow \frac{V}{c} = 0.866. \quad (3)$$

この結果を時間差についてのローレンツ変換式に代入する。

$$t'_B - t'_A = \frac{(t_B - t_A) - \frac{V}{c^2}(x_B - x_A)}{\sqrt{1 - (V/c)^2}} \quad (4)$$

$$= \frac{0 - 0.866 \times \frac{6 \times 10^5 \text{ m}}{3.0 \times 10^8 \text{ m/s}}}{\sqrt{1 - 0.866^2}} \quad (5)$$

$$= -3.46 \times 10^{-3} \text{ s}. \quad (6)$$

すなわち、 S' 系では事象 B は A より早く起こり、その時間差は $3.46 \times 10^{-3} \text{ s}$ となる。