

2 事象の時間順序と時刻差

二つの事象 A,B がある慣性系 (S 系) では位置の差と時刻差、それぞれが $x_B - x_A = 3.6 \times 10^8 \text{m}$, $t_B - t_A = 2.0 \text{s}$ のように表わされたとする。この S 系に対して、等速度運動する系 (S' 系) では、事象 A,B は「同じ位置」で起こるといふ。 S' 系では事象 A,B の起こる順序と時刻差はどうなるか。ある慣性系 $Oxyz$ (S 系) に対して、 $x(x')$ 軸方向に一定の速度 V で運動する座標系 $O'x'y'z't'$ (S' 系) を考える。ここで、真空中の光速を $c = 3.0 \times 10^8 \text{m/s}$ とし、 $\beta \equiv V/c$, $\gamma \equiv 1/\sqrt{1 - (V/c)^2}$ という記号を使用する。座標、時間のローレンツ変換式は次のように与えられる。 $x' = \gamma(x - Vt)$, $y' = y$, $z' = z$, $t' = \gamma(t - Vx/c^2)$

(解答例)

ローレンツ変換式より

$$x'_B - x'_A = \frac{(x_B - x_A) - V(t_B - t_A)}{\sqrt{1 - (V/c)^2}} \quad (1)$$

題意より

$$0 = \frac{(3.6 \times 10^8 \text{m}) - V(2.0 \text{s})}{\sqrt{1 - (V/c)^2}} \quad (2)$$

$$\rightarrow V = \frac{3.6 \times 10^8 \text{m}}{2.0 \text{s}} \quad (3)$$

$$= 1.8 \times 10^8 \text{m/s} = 0.6c. \quad (4)$$

この結果を時間差についてのローレンツ変換式に代入する。

$$t'_B - t'_A = \frac{(t_B - t_A) - \frac{V}{c^2}(x_B - x_A)}{\sqrt{1 - (V/c)^2}} \quad (5)$$

$$= \frac{(2.0 \text{s}) - \frac{0.6c}{c^2}(3.6 \times 10^8 \text{m})}{\sqrt{1 - (0.6c/c)^2}} \quad (6)$$

$$= 1.6 \text{s}. \quad (7)$$

すなわち、 S' 系では事象 B は A より遅く起こり、その時間差は 1.6s となる。