

非常に高いエネルギーをもつ一次宇宙線は大気上空の原子と衝突して高エネルギー（速さ V ）のミュー粒子（ μ ）をつくる。この μ は 6km 位の高空から地上に達することが知られている。地上で測定すると、静止状態の μ は平均寿命 $\tau (= 2.15 \times 10^{-6}\text{s})$ で電子（ e^- ）と中性微子（ニュートリーノ、 ν_μ ）に崩壊する。いかなる粒子も光速度を越えられないので、この μ の平均走行距離は $\tau \times c = (2.15 \times 10^{-6}\text{s}) \times 3.0 \times 10^8\text{m/s} = 645\text{m}$ であり、6km の距離を走行して地上に達することはできないことになる。特殊相対論において、二つの立場から、この事実を理解してみよう。

1. 速さ V で走行する μ の平均寿命と走行距離を地上（ $=S$ 系）で観測する。その平均寿命 τ' を τ, V, c で表し、その存命中に走行する距離 ℓ を τ, V, c で表わせ。さらに、 $V = 0.999c$ (光速度 $c (= 3.0 \times 10^8\text{m/s})$) として、 τ' と ℓ を具体的に計算し、6km という距離を走行できるか どうかを述べよ。
2. 同じ事象を速さ V で走行する μ に固定された座標系（ $=S'$ 系）から測定する。地上において観測される距離 ℓ_0 が走行中の μ には ℓ_0 とは異なる距離 ℓ' として観測される。この距離 ℓ' を ℓ_0, V, c で表し、走行に要する時間 T を ℓ_0, V, c で表わせ。さらに、 $V = 0.999c$ および $\ell_0 = 6\text{km}$ として、 ℓ' と T を具体的に計算し、存命中に地上に到達できるかどうかを述べよ。

[解答例]

1. $\sqrt{1 - (V/c)^2} = \sqrt{1 - (0.999)^2} = 0.0447$ だから、地上から見た運動中の μ 粒子の寿命は

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - (V/c)^2}} = \frac{2.15 \times 10^{-6}\text{s}}{0.0447} = 4.81 \times 10^{-5}\text{s}. \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \ell &= \tau' \times V = \frac{\tau V}{\sqrt{1 - (V/c)^2}} \\ &= 4.81 \times 10^{-5}\text{s} \times (0.999 \times 3.0 \times 10^8\text{m/s}) = 14.4 \times 10^3\text{m} \\ &= 14.4\text{km}. \end{aligned} \quad (2)$$

よって、6km より十分長いので、この μ は平均として地上に到達できる。

2. 同様に、運動中の μ 粒子から見た地上までの距離は短くなるので、所要時間は

$$\begin{aligned} \ell' &= \ell_0 \sqrt{1 - (V/c)^2} = 6\text{km} \times 0.0447 \\ &= 268.2\text{m}. \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} T &= \frac{\ell'}{V} = \frac{\ell_0 \sqrt{1 - (V/c)^2}}{V} \\ &= \frac{268.2\text{m}}{0.999 \times 3.0 \times 10^8\text{m/s}} = 0.895 \times 10^{-6}\text{s}. \end{aligned} \quad (4)$$

となり、寿命よりも十分に短いので平均として地上に到達できる。

以上の結果より、同じ現象が二つの見方から整合的に記述されたことになる。