(μ 粒子の寿命と走行距離 (1a))

非常に高いエネルギーをもつ一次宇宙線は大気上空の原子と衝突して高エネルギー（速さ V) のミュー粒子（μ）をつくる。この μ は 6km 位の高空から地上に達することが知られている。地上で測定すると、静止状態の μ は平均寿命 $\tau(= 2.15 \times 10^{-6}\mathrm{s})$ で電子 (e^-) と中性微子（ニュートリーノ、ν_μ）に崩壊する。いかなる粒子も光速度 $c(= 3.0 \times 10^8\mathrm{m/s})$ を越えられないので, この μ の平均走行距離は高々$\tau \times c = (2.15 \times 10^{-6}\mathrm{s}) \times 3.0 \times 10^8\mathrm{m/s} = 645\mathrm{m}$ であり、6km の距離を走行して地上に達することはできないことになる。特殊相対論において、二つの立場から、この事実を理解してみよう。

1. 速さ V で走行する μ に固定された座標系（=S' 系) から考える。 S' 系からみると、地上において観測される距離 ℓ_0 が 走行中の μ には ℓ_0 とは異なる距離 ℓ として観測される。 この距離 ℓ を ℓ_0, V, c で表し、さらに $\ell = \tau \times V, V = 0.999c$ として具体的に ℓ_0 を計算せよ。
2. 地上（=S 系）で考える。速さ V で運動する μ の平均寿命 τ' を τ, V, c で表し、 その存命中に走行する距離 ℓ'(地上から見た μ の走行距離) を τ, V, c で表わし、 その値は前問の ℓ_0（μ の走行距離を地上に換算した距離）と等しいかど うかを述べよ。

[解答例]

1. S' 系からみると、地面が速さ V で接近するので,

$$\ell = \ell_0\sqrt{1-(V/c)^2} \tag{1}$$

題意より、$\sqrt{1-(V/c)^2} = 0.0447$ だから

$$\begin{aligned} \ell_0 &= \ell/\sqrt{1-(V/c)^2} = \tau V/\sqrt{1-(V/c)^2} \qquad (2) \\ &= \frac{(2.15 \times 10^{-6}\mathrm{s}) \times (0.999 \times 3 \times 10^8\mathrm{ms}^{-1})}{0.0447} = 14.4 \times 10^3\mathrm{m} \\ &= 14.4\mathrm{km}. \qquad (3) \end{aligned}$$

2. 地上から見れば、運動中の時計は遅くなるので、μ の平均寿命 τ' は

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1-(V/c)^2}}. \tag{4}$$

地上から見た μ の走行距離 ℓ' は

$$\begin{aligned} \ell' &= \tau' V \\ &= \frac{\tau V}{\sqrt{1-(V/c)^2}}. \qquad (5) \end{aligned}$$

以上の結果より、地上から見た μ の走行距離 ℓ'(5) 式と μ の走行距離を地上に 換算した距離 ℓ_0(2) 式と一致し、同じ現象が二つの見方から整合的に記述されたことになる。