電子半径の推定; electron radius.tex

特殊相対論によれば質量 m_e の電子は静止していても静止エネルギーをもつ。この静止エネルギーが電子の電荷による静電エネルギーに相当するとして電子の半径(古典電子半径)を推定せよ。ただし、光速度、電荷素量、電子の質量、真空の誘電率はそれぞれつぎのように与えられるとする。

$$c \cong 3.0 \times 10^8 \text{m/s}, \tag{1}$$

$$e \cong 1.6 \times 10^{-19} \text{coul}, \tag{2}$$

$$m_{\rm e} \cong 0.91 \times 10^{-30} \text{kg},$$
 (3)

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cong 9.0 \times 10^9 \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{coul}^2. \tag{4}$$

(解答例)

1. 電子の静止エネルギーは $m_{\rm e}c^2$ であり, 電子半径を r と表して、静電エネルギーの目安として $e^2/(4\pi\varepsilon_0 r)$ を考えると

$$m_{\rm e}c^2 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$\to r = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 (m_{\rm e}c^2)}.$$
(5)

2. 具体的数値を代入すると

$$r = 9.0 \times 10^{9} \text{N} \cdot \text{m}^{2}/\text{coul}^{2} \times \frac{(1.6 \times 10^{-19} \text{coul})^{2}}{0.91 \times 10^{-30} \text{kg} \times (3.0 \times 10^{8} \text{m/s})^{2}}$$

$$= \frac{9.0 \times 1.6^{2}}{0.91 \times 3^{2}} \times 10^{9-38+30-16} \cdot (\frac{\text{N} \cdot \text{m}^{2}}{\text{coul}^{2}}) \cdot \text{coul}^{2} \cdot \frac{1}{\text{kgm}^{2} \text{s}^{-2}}$$

$$= 2.8 \times 10^{-15} \text{m}.$$
(6)

[考えて見よう]

水素原子の基底状態における平均半径は約 $0.5\times10^{-10}\mathrm{m}$,原子核の大きさは $10^{-15}\mathrm{m}$ 程度であることがわかっている。すると原子の内部はほとんど真空となるので、原子からできている巨視的物質は透明になるはずである。しかし、現実の物質はそうなっていないのはなぜだろうか。