

ドップラー効果と速度計測,flenmae=doppler-Car-a-qa041130.tex

自動車は速さ V でレーダによる速度計測器に接近している。このレーダー装置が振動数 ν_0 で作動している。光速度を c として次の問いに答えよ。ある慣性系 $Oxyz$ ($=S$ 系) における光の振動数を ν とすると、 S 系に対して速度 V (遠ざかるとき、 $V > 0$, 近づくとき $V < 0$) で運動する別の慣性系 $O'x'y'z't'$ ($=S'$ 系) における振動数 ν' は次式のように表される。

$$\nu' = \nu \sqrt{\frac{c - V}{c + V}}. \quad (1)$$

1. この自動車の受信する振動数 ν を V, c, ν_0 を用いて表せ。
2. 自動車からレーダー装置に反射される電波の振動数 ν' を V, c, ν_0 を用いて表せ。
3. $V = 35\text{m/s}$, $\nu_0 = 20 \times 10^9\text{Hz}$, $c = 3.0 \times 10^8\text{m/s}$ の場合に、振動数のずれ $\delta\nu \equiv \nu' - \nu_0$ 、および相対的なずれ $\delta\nu/\nu_0$ を計算せよ。

(解答例)

1. 与えられた関係式を今の問題に適用すると、自動車が電波源に近づくので ($\nu \rightarrow \nu_0$, $V \rightarrow -V$, $\nu' \rightarrow \nu$) となるので、

$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{c - (-V)}{c + (-V)}} = \nu_0 \sqrt{\frac{c + V}{c - V}}. \quad (2)$$

2. 自動車からレーダー装置に反射されるときは、速度の符号が逆向きになることにより、式 (1) の関係を再度用いて

$$\nu' = \nu \sqrt{\frac{c + V}{c - V}} = \nu_0 \left(\frac{c + V}{c - V} \right). \quad (3)$$

3. 前問の結果を用いて

$$\begin{aligned} \delta\nu &\equiv \nu' - \nu_0 = \nu_0 \left[\left(\frac{c + V}{c - V} \right) - 1 \right] = \nu_0 \left[\frac{1 + \frac{V}{c}}{1 - \frac{V}{c}} - 1 \right] \\ &\approx \nu_0 \left[\left(1 + \frac{V}{c} \right) \left(1 + \frac{V}{c} \right) - 1 \right] \approx \frac{2V}{c} \nu_0 \quad \left(\left| \frac{V}{c} \right| \text{ が } 1 \text{ に比べて十分小さいと考えて} \right) \\ &= \frac{2 \times 35\text{ms}^{-1}}{3 \times 10^8\text{ms}^{-1}} \times (20 \times 10^9\text{Hz}) \\ &= 4.67 \times 10^3 \text{ Hz}. \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta\nu}{\nu_0} &= \frac{2V}{c} = \frac{2 \times 35\text{ms}^{-1}}{3 \times 10^8\text{ms}^{-1}} \\ &= 2.33 \times 10^{-7}. \end{aligned} \quad (5)$$