惑星表面温度；planettemp2-qa040209.tex

太陽表面から放射されるエネルギーが惑星表面で吸収されることと惑星表面からの放射の間でバランス（定常状態）が近似的に成立すると考えてよいとする。シュテファン・ボルツマン定数を $\sigma = 5.67051 \times 10^{-8}$joule/(m^{2}K^4) として次の問いに答えよ。

1. 太陽から地球の単位断面積、単位時間に降り注ぐエネルギー（太陽定数、エネルギーフラックス）を S_0、地球表面の反射率を α_0 として、地球の表面温度 T_0 を S_0, α_0, σ で表す関係式を求めよ。
2. 太陽から地球までの距離を d_0, 太陽からある惑星までの距離を d とする。この惑星における太陽からのエネルギーフラックス S を d, d_0, S_0 で表す関係式をもとめよ。
3. この惑星表面の反射率を α として、この惑星の表面温度 T を $\alpha, d_0, d, S_0, \sigma$ で表す関係式をもとめよ。
4. 観測値 $S_0 = 1367$joule/(m$^2 \cdot$ sec), $d = 5.2026 d_0, \alpha = 0.73$ を用いて, この惑星の表面温度を摂氏温度で計算せよ。

（解答例）

1. 太陽から見た平均半径 R の地球の断面積（πR^2) にエネルギーが入射し、そのうち反射分 α を除く割合 $(1-\alpha)$ が地表で吸収され、地球の表面全体（$4\pi R^2$) からエネルギーが再び宇宙空間に放出されると考える。シュテファン・ボルツマンの法則を適用すると、次の式が成立する。

$$\pi R^2 S_0 \times (1-\alpha_0) = 4\pi R^2 \times \sigma T_0^4$$
$$\rightarrow T_0 = \left[\frac{S_0(1-\alpha_0)}{4\sigma}\right]^{1/4}. \tag{1}$$

2. 太陽からのエネルギーは太陽からその惑星までの距離の 2 乗に反比例するので

$$\begin{aligned} \frac{S}{S_0} &= (\frac{d_0}{d})^2 \\ S &= S_0(\frac{d_0}{d})^2. \end{aligned} \tag{2}$$

3. 地球の表面温度の導出の議論と同様にして

$$T = \left[\frac{S(1-\alpha)}{4\sigma}\right]^{1/4} = \left[S_0(\frac{d_0}{d})^2 \frac{(1-\alpha)}{4\sigma}\right]^{1/4}. \tag{3}$$

4. 題意より, 与えられた値を代入して

$$\begin{aligned} T &= \left[(\frac{1.0}{5.2026})^2 \frac{1367\text{watt} \times (1-0.73)}{4 \times 5.67051 \times 10^{-8}\text{watt} \cdot \text{m}^2\text{K}^{-4}}\right]^{1/4} \\ &= [0.6011]^{1/4} \times 10^2\text{K} \\ &= 88\text{K} \\ &\approx -185\text{C}. \end{aligned} \tag{4}$$