

1. n mol(モル) の理想気体が、温度 T を一定に保って、体積 V_1 から V_2 まで準静的に変化したとき、系 (気体) が外界にする仕事 W を求めよ。ただし、ガス定数を R とせよ。
2. この過程で気体が外界から吸収する熱量 Q を求めよ。
3. 1 mol(モル) の理想気体が一定温度 $T = 300\text{K}$ のもとで、体積が 2 倍になった。このとき、気体が (外界に) した仕事を計算せよ。ただし、 $R = 8.3145\text{joule}/(\text{Kmol})$ とする。

(解)

1. 圧力 P の気体が、体積の微小変化 dV の際に、外界に行う仕事 dW は

$$dW = PdV. \quad (1)$$

一方、熱平衡状態が保たれる準静的変化の途中では状態方程式が成立するので

$$PV = nRT. \quad (2)$$

(2) 式を (1) 式に代入して

$$dW = nRT \frac{dV}{V}. \quad (3)$$

したがって、一定温度 T の下で、体積変化 $V_1 \rightarrow V_2$ の間に気体が外界にする仕事 W は

$$\begin{aligned} W &= \int_{V_1}^{V_2} PdV \\ &= nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} \\ &= nRT [\log_e V]_{V=V_1}^{V=V_2} \\ W &= nRT \log_e \left(\frac{V_2}{V_1} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

2. 理想気体の内部エネルギー U は温度のみの関数より等温変化では不変。熱力学第一法則より

$$\begin{aligned} 0 &= Q + (-W) \rightarrow Q = W \\ Q &= nRT \log_e \left(\frac{V_2}{V_1} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

3. $n = 1$ モル、 R の値、 $V_2/V_1 = 2$ を代入すると

$$\begin{aligned} W &= 1\text{mol} \times 8.3145\text{joule/mol} \times 300\text{K} \times \log_e 2 (\log_e 2 = 0.693) \\ W &= 1730\text{joule} (1728\text{joule}) \end{aligned} \quad (6)$$

補足：微積分の計算で現れる対数はことわらない限り自然対数である。その記号は $\log_e$, $\ln$ であるが、数学や物理学の教科書では底 e を省いて $\log$ と記されている場合が多い。一方、電卓などでは自然対数は $\ln$ 、常用対数は $\log$ と記されている。具体的な数値を計算する場合には要注意 !!