filename=eg-m-theorem050818a.tex

§ 運動の第２法則 (運動方程式) から導かれる３つの定理とその特別な場合としての保存則

$$\boxed{m\frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2} = \boldsymbol{F} \quad (m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \boldsymbol{F}) \quad \text{：運動の第２法則.}}$$

(1) 運動量定理と保存則

$$m\boldsymbol{v_2} - m\boldsymbol{v_1} = \int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{F} dt \quad \text{(運動量定理)}$$

$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{0}$ のとき

$$m\boldsymbol{v_2} - m\boldsymbol{v_1} = \boldsymbol{p_2} - \boldsymbol{p_1} = \boldsymbol{0} \quad \text{(運動量保存則).}$$

(2) エネルギー定理と力学的エネルギー保存則

$$\frac{1}{2}m{\boldsymbol{v_2}}^2 - \frac{1}{2}m{\boldsymbol{v_1}}^2 = \int_{\boldsymbol{r_1}}^{\boldsymbol{r_2}} \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r} \quad \text{(エネルギー定理)}$$

$$\frac{1}{2}m\boldsymbol{v}^2 + U(\boldsymbol{r}) = \text{constant(力学的エネルギー保存則).}$$

一般には、保存力 $\boldsymbol{F_c}$ と非保存力 $\boldsymbol{F_{nc}}$ があるときは

$$\begin{aligned} \boldsymbol{F} = \boldsymbol{F_c} \quad &+ \quad \boldsymbol{F_{nc}}, \\ \to \quad \left[\frac{1}{2}m{\boldsymbol{v_2}}^2 + U(\boldsymbol{r_2})\right] \quad &- \quad \left[\frac{1}{2}m{\boldsymbol{v_1}}^2 + U(\boldsymbol{r_1})\right] = \int_{\boldsymbol{r_1}}^{\boldsymbol{r_2}} \boldsymbol{F_{nc}}\cdot d\boldsymbol{r}. \end{aligned}$$

(3) 角運動量定理と角運動量保存則

$$\begin{aligned} \text{角運動量ベクトル}\boldsymbol{L} \quad &= \quad \boldsymbol{r}\times\boldsymbol{p} = \boldsymbol{r}\times m\boldsymbol{v}, \\ \text{角運動量モーメント}\boldsymbol{N} \quad &= \quad \boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F}, \\ \frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \boldsymbol{N} \ \to \ \boldsymbol{L_2} - \boldsymbol{L_1} \quad &= \quad \int \boldsymbol{N}\cdot dt \quad \text{(角運動量定理)} \end{aligned}$$

とくに $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{0}$ または $\boldsymbol{F} = f(r)\boldsymbol{r}$(中心力) のとき

$$\boldsymbol{L_2} = \boldsymbol{L_1} \quad \text{(角運動量保存則).}$$