

x 軸上の直線運動の場合、質点 (物体) の角運動量 L と力のモーメント N はゼロであることを次の手順で示せ。

1. 質点の位置ベクトル $\mathbf{r}$ と運動量ベクトル $\mathbf{p}$ 、力のベクトル $\mathbf{F}$ を基本ベクトルを用いて表せ。
2. このときの角運動量 L と力のモーメント N の x, y, z 成分 L_x, L_y, L_z を計算せよ。

(解答)

ベクトル $\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{F}$ のそれぞれの x 成分を x, p_x, F_x , x 軸 (の正) の向きの単位ベクトルを $\mathbf{i}$ とする。

(1) 題意より

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} \ (y = z = 0), \ \mathbf{p} = p_x\mathbf{i} \ (p_y = p_z = 0), \ \mathbf{F} = F_x\mathbf{i} \ (F_y = F_z = 0). \quad (1)$$

(2) 定義より

$$\begin{aligned} \mathbf{L} &\equiv \mathbf{r} \times \mathbf{p} \\ &= (x\mathbf{i}) \times (p_x\mathbf{i}) \\ &= xp_x(\mathbf{i} \times \mathbf{i}) \\ &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

従って、

$$\therefore L_x = L_y = L_z = 0 \quad (3)$$

となる。同様に、力のモーメントベクトル $\mathbf{N}$ の定義より

$$\begin{aligned} \mathbf{N} &\equiv \mathbf{r} \times \mathbf{F} \\ &= (x\mathbf{i}) \times (F_x\mathbf{i}) \\ &= xF_x(\mathbf{i} \times \mathbf{i}) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

となる。従って

$$N_x = N_y = N_z = 0 \quad (5)$$

となる。以上より、直線運動の場合には角運動量 L と力のモーメント N はゼロになる。