

太陽の放射エネルギーの観測値から寿命の長さを以下のような手順で推定しよう。

1. 太陽が地球に 1min、 1cm^2 あたりに照射するエネルギーを太陽定数 (β とする) といい、その平均値は $1.95\text{cal}/(\text{min} \cdot \text{cm}^2)$ である。太陽から地球までの距離 $d = 1.5 \times 10^{11}\text{m}$ とし、太陽が 1 s に放出する全放射エネルギー (仕事率) W を計算せよ。
2. 太陽の放射エネルギーの起源は、いくつかの反応系列を通じて水素の原子核 (陽子) ${}^1_1\text{H}(=p)$ の 4 個が核融合し、 ${}^4_2\text{He}(=\alpha)$ になるときに放出されるエネルギーである



と仮定し、この 1 回の核融合で放出されるエネルギー Q を計算せよ。ここで陽子の質量 (近似的に中性水素原子の質量と等しい) $m_p = 1.007825\text{amu}$, ${}^4_2\text{He}(=\alpha)$ の質量 $M_\alpha = 4.00260\text{amu}$, $1\text{amu} = 1.6605655 \times 10^{-27}\text{kg}$, $1\text{amu} \times c^2 = 931.5045\text{MeV} = 1.49 \times 10^{-10}\text{joule}$ とする。 c は光速である。陽電子の質量を無視してよいとする。

3. 1s 間に核融合する陽子の個数 dN_p/dt を計算せよ。
4. 1s 間に核融合する陽子の質量 dM_p/dt を計算せよ。
5. 太陽の質量を $M_s = 1.99 \times 10^{30}\text{kg}$ として、その質量の 10 分の 1 が中心部に存在していると考えられる水素であると仮定して、太陽の寿命 T が何年になるか計算せよ。

(解答例)

1. まず、太陽定数を計算に都合のよい単位に変換する。

$$\beta = 1.95 \times 4.18 \frac{\text{joule}}{(60\text{s} \times 10^{-4}\text{m}^2)} = 1.36 \times 10^3 \frac{\text{joule}}{(\text{m}^2\text{s})}. \quad (2)$$

太陽が距離 d の地点には等方的にエネルギーを放射していると考えて

$$\begin{aligned} W &= \beta \times (4\pi d^2) \\ &= 1.36 \times 10^3 \frac{\text{joule}}{(\text{m}^2\text{s})} \times [4 \times 3.14 \times (1.5 \times 10^{11}\text{m})^2] \\ &= \frac{1.95 \times 4.18 \times 1.5^2}{60} \times 10^{4+22} \times \frac{\text{joule}}{\text{s}} = 3.845 \times 10^{26} \left(\frac{\text{joule}}{\text{s}} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{2. 題意より } Q &= (4m_p - M_\alpha) \cdot c^2 = (4 \times 1.007825 - 4.00260)\text{amu} \cdot c^2 \\ &= 26.73\text{MeV} = 0.0287 \times 1.49 \times 10^{-10} \text{joule} = 4.28 \times 10^{-12} \text{joule} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{3. 題意より} \\ \frac{dN_p}{dt} &= \frac{4W}{Q} = 3.59 \times 10^{36} \text{ proton/s}. \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{4. 題意より} \\ \frac{dM_p}{dt} &= \frac{dN_p}{dt} \times m_p = 6.01 \times 10^{11} \text{ kg/s. (毎秒約 6 億トン減少)} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{5. 題意より} \\ T &= \frac{\frac{1}{10}M_s}{\frac{dM_p}{dt}} = 3.31 \times 10^{17} \text{ s} = 1.05 \times 10^{10} \text{ year} \approx 100 \text{ 億年}. \end{aligned} \quad (7)$$