

原子核の性質を議論する場合、原子質量単位 amu ( = atomic mass unit ) ,1 電子ボルト (1 eV), 長さの単位 1 fm を用いることが多い。これらの単位と MKS 単位 ( SI 単位 ) との関係、および光速  $c$ 、プランク定数  $h$  の値は次の通りである。

$$\begin{aligned} 1\text{eV} &= 1.602 \times 10^{-19}\text{joule}, 1\text{MeV} = 10^6\text{eV}, 1\text{amu} = 931.49432 \text{ MeV}/c^2 \\ 1\text{fm} &\equiv 10^{-15} \text{ m}, c = 2.99792458 \times 10^8\text{m/s}, h = 6.6260755 \times 10^{-34}\text{J}\cdot\text{s}. \end{aligned} \quad (1)$$

電子、陽子、水素原子、中性子の質量はこの単位で次のように表される。

$$\begin{aligned} \text{陽子の質量 : } m_p &= 1.6726231 \times 10^{-27} \text{ kg} = 1.007277 \text{ amu} = 938.272804 \text{ MeV}/c^2, \\ \text{水素原子の質量 : } m_H &= 1.007825 \text{ amu} = 938.783263 \text{ MeV}/c^2, \\ \text{中性子の質量 : } m_n &= 1.6749286 \times 10^{-27} \text{ kg} = 1.008665 \text{ amu} = 939.565718 \text{ MeV}/c^2. \end{aligned}$$

粒子の結合エネルギーと光分解について以下の問いに答えよ。

1. 粒子とは何か、説明せよ。
2. 典型的な場合の 粒子の運動エネルギーは  $E_\alpha = 5 \text{ MeV}$  である。この  $\alpha$  粒子の速さ  $v$  と光速  $c$  の比  $v/c$  を計算せよ。
3.  $\alpha$  粒子の質量欠損  $\Delta M$ , 質量欠損率  $\Delta M/M$ , 結合エネルギー  $B.E.$  とを計算せよ。 $\alpha$  粒子の原子核の質量は  $M(\alpha) = 4.00260 \text{ amu}$  である。
4.  $\alpha$  粒子にガンマ線を当てて、三重水素核と水素核に光分解させる。この核反応式を書き、必要なガンマ線のエネルギー  $E$  を MeV 単位で計算せよ。ただし、三重水素核  ${}^3_1\text{H}_2$  の質量は  $M({}^3_1\text{H}_2) = 3.016049 \text{ amu}$  である。
5. 前問と同様に、必要なガンマ線の波長  $\lambda$  を fm 単位で計算せよ。

(解答例)

1. 粒子とは 高速の ヘリウム 4 の原子核の流れである。
2. 題意より

$$\begin{aligned} E_\alpha &= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mc^2 \left(\frac{v}{c}\right)^2 \\ \rightarrow \left(\frac{v}{c}\right) &= \sqrt{\frac{2E}{mc^2}} \approx \sqrt{\frac{2 \times 5 \text{ MeV}}{4.00260 \times 931.49432 \text{ MeV}}} \\ &= 0.05 \end{aligned} \quad (2)$$

となり、相当な高速であることがわかる。

3. 題意より

$$\begin{aligned}\Delta M &\approx [2 \times m_{\text{H}} + 2 \times m_{\text{n}} - M(\alpha)] \\ &= [2 \times 1.007825 + 2 \times 1.008665 - 4.00260] \times \text{amu} \\ \rightarrow \Delta M &= [0.03038] \text{ amu},\end{aligned}\tag{3}$$

$$\frac{\Delta M}{M(\alpha)} = \frac{0.03038}{4.00260} = 0.00759,\tag{4}$$

$$\begin{aligned}B.E. &\equiv \Delta M \times c^2 \\ &= [0.03038] \text{ amu} \times c^2 \\ \rightarrow B.E. &= 28.29 \text{ MeV}.\end{aligned}\tag{5}$$

4.  $\alpha$  粒子にガンマ線 ( $\gamma$ ) を当てて、三重水素核と水素核に光分解させる核反応式は



ガンマ線のエネルギー  $E$  は

$$\begin{aligned}E &= [M({}^3_1\text{H}_2) + M({}^1_1\text{H}) - M({}^4_2\text{He})] \\ &= [3.016049 + 1.007825 - 4.00260] \times \text{amuc}^2 \\ &= [0.021275] \times 931.5 \text{ MeV} \\ \rightarrow E &= 19.817 \text{ MeV}.\end{aligned}\tag{7}$$

5. このために必要なガンマ線のエネルギー  $E$  は光の振動数  $f$  と波長の関係より

$$\begin{aligned}E &= hf = \frac{ch}{\lambda} \\ \rightarrow \lambda &= \frac{ch}{E} \\ &= \frac{2.99792458 \times 10^8 \text{ m/s} \times 6.6260755 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{19.817 \times 10^6 \times 1.602 \times 10^{-19} \text{ joule}} \\ &= \left( \frac{2.99792458 \times 6.6260755}{19.817 \times 1.602} \right) \times 10^{8-34-6+19} \times \frac{\text{ms}^{-1} \text{ Js}}{\text{J}} \\ &\approx 0.627 \times 10^{-13} \text{ m} \\ \rightarrow \lambda &= 62.7 \text{ fm}.\end{aligned}\tag{8}$$