現代物理学基礎特論：
一般相対論的宇宙論

1章　絶対空間・絶対時間から4次元時空へ
　　　　　　－特殊相対論と宇宙論－

2章　時空と物質は相互に依存しあう
　　　　　　－強い重力と一般相対論－

3章　膨張する宇宙
　　　　　　－一般相対論の宇宙論への応用－

（鎌田裕之先生の代理講義）
2008. 8.21　岡本良治＠九工大・大学院工学研究院・基礎科学研究系・量子物理学部門

相対論は私たちには関係ないか？（1）

宇宙(全体)は大きな謎の中の最高級の謎である！

自分とは何か？　どこから来てどこに向かうか（どうなるか）？
生命とは何か？　生命の起源は？　地球以外にも生命はあるのか？
人間とは何か？　人類の起源は？　人類への進化の道程は？

宇宙に果てはあるか？
宇宙の起源は？(量子宇宙)
宇宙の始まり以前はどうなっていたか？

宇宙とは何か？人工衛星の通過する領域？天体宇宙？
宇宙はどのように変化(進化)したか？

宇宙(全体)の中の人類の位置付けは？　どこから来てどこに行くのか？

私たちの日常生活には意外にも「文化的な事柄」がふくまれている！

相対論は私たちには関係ないか？（２）

相対論は種々のところに適用・応用されている！

1)GPS（全地球位置測定）の原理の一つであること:
特殊相対論の原理と効果（光速度一定の原理、運動系における時間の遅れ）
一般相対論効果（より重力の弱い系における時間の進み）
GPSはカーナビ、携帯電話、高速道路料金所など
使用分野が拡大しつつある。（朝日新聞、2004年、3月記事他）

2）相対論的力学は地上における原子核エネルギー
（核分裂エネルギー、核融合エネルギー）の理解の原理的根拠である。
核兵器の原理の理解、「原子力」発電の原理の理解には
特殊相対論的力学の一つとして結果である結合エネルギーという概念は
不可欠である。　月刊誌「ニュートン」、2004年、4月号、特集記事他

3）先端医療装置の一つとしてのPET（ポジトロン・スキャナー？）は
電子と（負エネルギー電子の海の孔（hole)としての）陽電子の対消滅の際に
発生する光子の性質を利用している。

4)電子ビーム回折における電子の物理的な性質への相対論的効果は
無視できない。　応用化学系の専門講義テキストより。G.M.Barrow,「バーロー物理化学（下）, 第6版」東京化学同人、 1999年,p.770
電子ビーム回折は表面科学における測定にも使用される。電子への相対論的効果
電子系の卒論など

5)シンクロトロンなど荷電粒子加速装置における物理現象の理解には必要不可欠。月刊誌「ニュートン」、2004年、4月号、特集記事他

6)現代における長さの基準（標準）は「光速度一定の原理」を使用している。『1[m] は、光が真空中で1/299792458[s] の間に進む距離である(1983年)』と定義されています。(理科年表/国立天文台編 による。) 19??年まではパリに「メートル原器」があって、これが長さの基準でした。

7）電子のスピン自由度は特殊相対論において自然に導入され、
、スピン軌道結合力は特殊相対論の効果である。
電子のスピンが巨視的物質の磁気的性質の発現には重要である。
さらに電子のスピン相関への特殊相対論的効果が研究され始め、
近い将来のデバイスへの応用の可能性が検討されている。
Nature, 1 January, 2004, No. ??, p.?

8）電子の基本的性質における QED（量子電磁気学）の高精度の信頼性は
着実に高まっている！

9）宇宙における反粒子、反物質の役割は重要であり、電子の反粒子としての陽電子などは量子力学と特殊相対論の理論的統合（＝場の量子論）の成果の一つである。 月刊誌「ニュートン」、2004年、4月号、特集記事

1章　絶対空間・絶対時間から4次元時空へ
―特殊相対論と宇宙論―

17世紀ニュートン以後、アインシュタイン以前
時間、空間についてわかっているつもり？！
絶対空間、絶対時間という見方の影響はとても深い！

アインシュタイン登場以後
1905年、
「動いている物体の電気力学 」（特殊相対性理論）を発表。（２６歳）

物理学界のみならず、思想界、そして一般市民にまで多大な影響を与えた
巨大な一石（ein stein!)

時間、空間についてわかっているつもり？！

一口に時間と言っても、物理学における時間または物理的時間と人間の社会的時間と個人の意識する時間など種々の様相がある。前者が普遍的であり、客観的であるとしても。

われわれは「空間の中で、時間とともに，物質の状態が変化する」というものの見方にあまりにも慣れている。

このような考え方には空間，時間、物質の三者がお互いに独立な要素と仮定されている。無論、日常生活においては,それで特に問題はない。

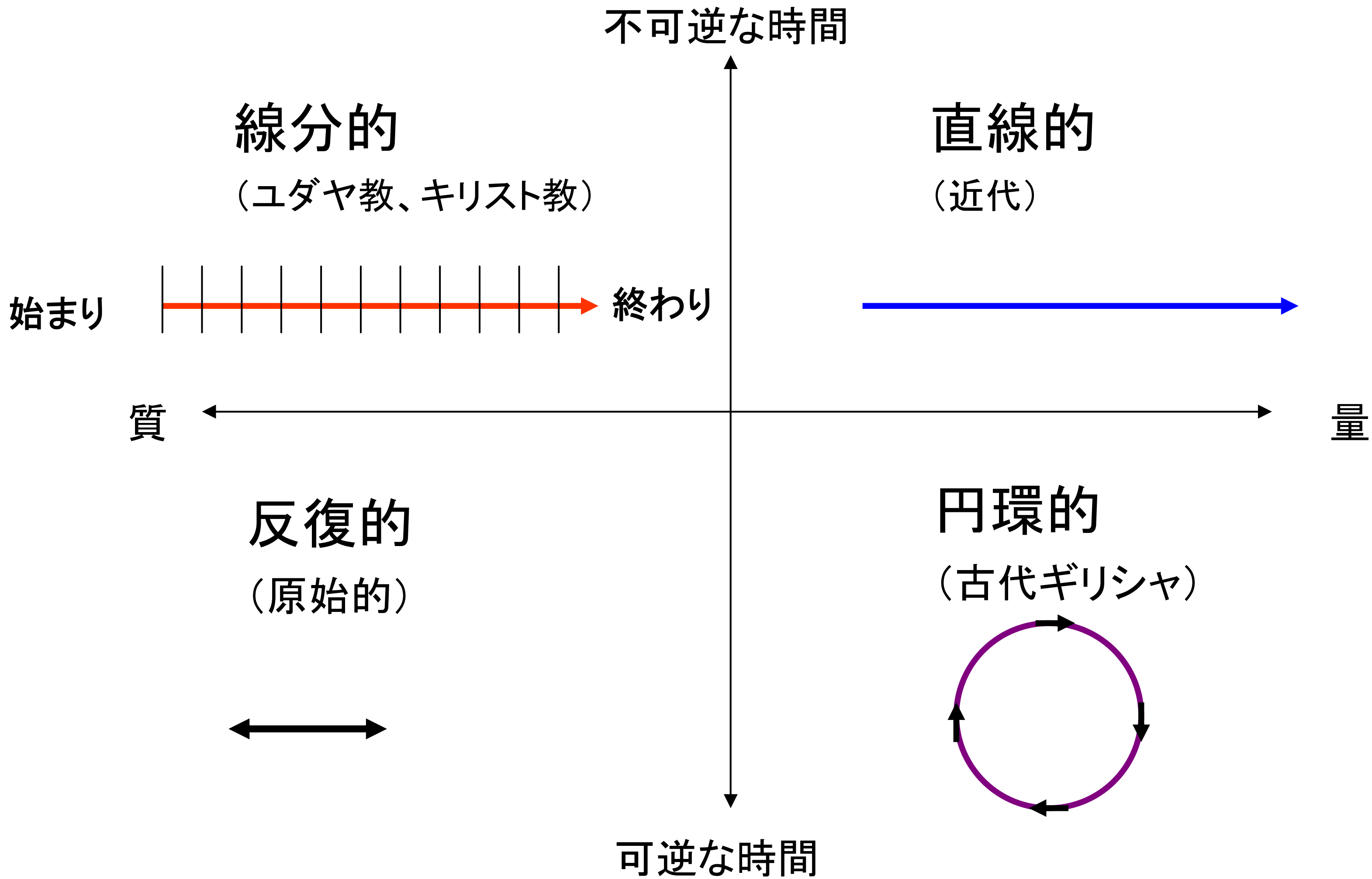
しかし、

宇宙膨張（実は空間の膨張）を知らされたときの驚きや、

「宇宙のはじまりの以前はどうなっていたか」などの疑問をもつ場合には、

時間・空間概念をよくわかっていると誤解しているのではないか。

時間の観念(意識)の4つの形態



真木悠介「時間の比較社会学」(岩波書店)

佐藤文隆「量子宇宙をのぞく一時間と空間のはじまり一」(講談社・ブルーバックス, 1991年)

モデルとしての機械時計ーその役割の変遷ー

古代、中世

宇宙（コスモス）のモデルとしての機械時計

機械をつくる時計技師としての神

Deus(ラテン語、ギリシャ神話の最高神)

↓

Dieu(フランス語）

↓

Day(英語)

Month←→月；天体としての月（日本語）

Day ←→日；天体としての太陽（日本語）

近代

機械論的宇宙観のモデルとしての機械時計

現代

社会や労働の規律・分業のモデルとしての時計

ミヒャエル・エンデ「時間泥棒」 時計仕掛けこそ人間の自由を奪う大敵

17世紀における運動論、時空論
ー何が、何に対して運動しているのかー

ニュートンの立場：絶対説

真空は存在する（物質は「粒子」から構成される）

物体の運動の外枠としての時間と空間

ライプニッツの立場：関係説

宇宙は物質で充満している

＝真空と原子は存在しない

関係主義的時空（発展的時空）

ニュートンによる絶対空間、絶対時間という概念の導入

空間と時間を
　絶対的なもの（真の、数学的な空間と時間）と
　相対的なもの（見かけの、日常的な空間と時間）に分ける：

時間と空間は相互に独立なものである（と考える）

力学で必要なものは絶対的な方である(と考える)

物質の存在、物体の運動と絶対時間、絶対空間はまったく関係がない
　（と考える）

空間はユークリッド幾何学が想定している空間で、
物質（天体）以外のところでは真空（と考える）！

絶対時間

それ自体で、その本性によって、外界のいかなるものとも関係なく一様に流れるもの（時間）である。

「一様に流れる」＝世界の異なる場所においても、また世界の歴史のどの時点においても単位時間の長さが変わらずに時間が経過するということ。

絶対空間

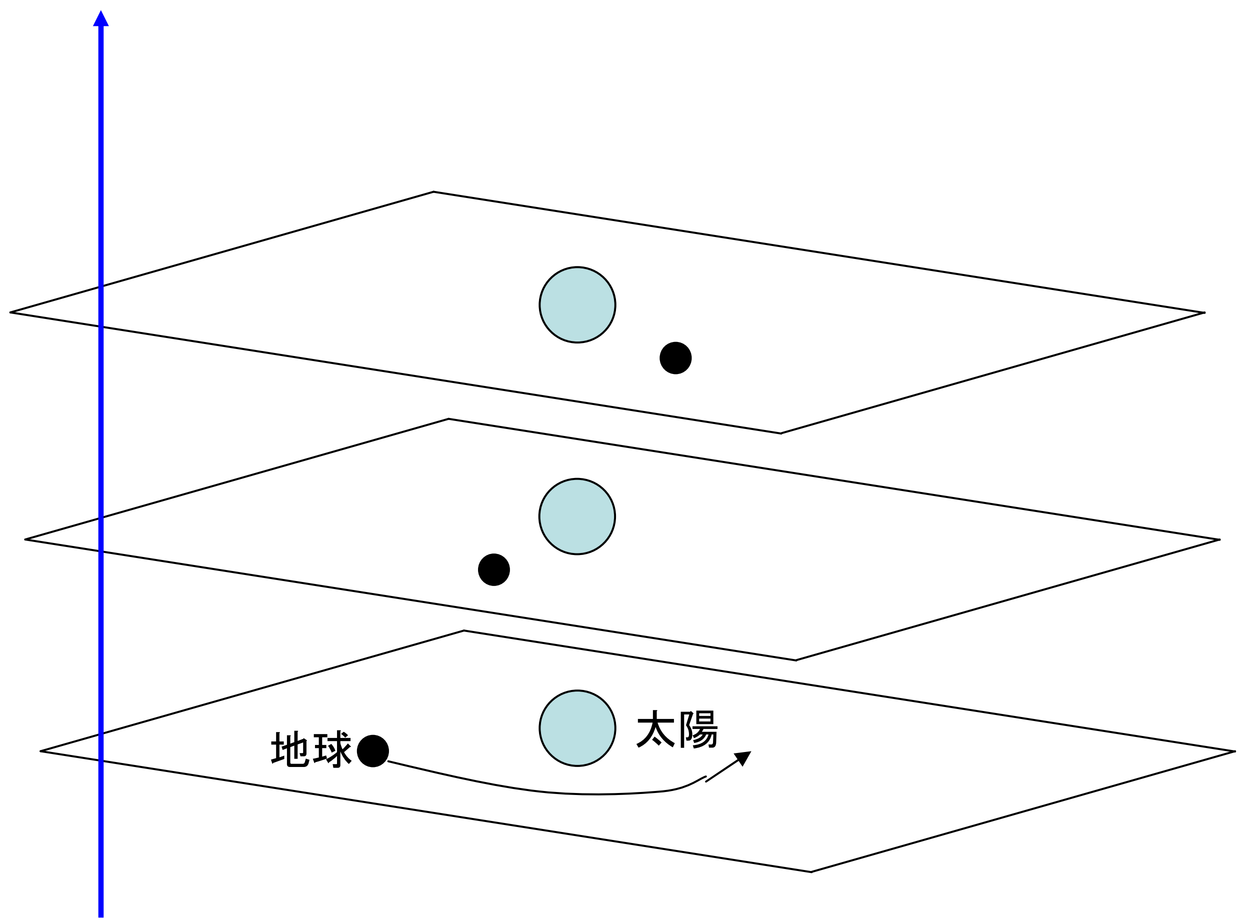
その本性において、
外界のいかなるものとも関係なく、
常に同じままで不動のもの

無限に広がり、等質的、等方的

絶対時間、絶対空間と物体の運動の関係

絶対時間は一様に流れる

絶対空間は不動、不変、無限、等質、等方的



絶対空間、絶対時間という見方の影響はとても深い！

宇宙に関する最頻出質問

Q. 宇宙の外側はどうなっているのか？

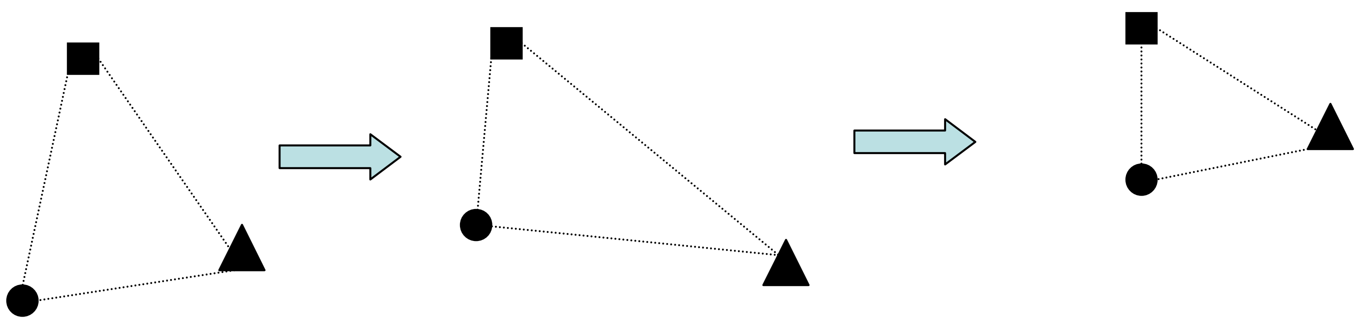
（A. 情報が到達しない地平の外側のことは物理的には議論できない。）

Q. 宇宙の始まり以前はどうなっていたのか？

（A.宇宙の始まりとは、物質，時間・空間（時空）の始まりでもある。
宇宙の始まり以前には、時間もない！！）

ライプニッツの立場：関係説

可能な配置　　複数の物体の同時的存在の秩序＝空間



法則により変化　　物体の変化の時点の順序＝時間

物質あっての時間、空間

→ なぜ時空が生じたのかという問い＝なぜ物質世界が実現したのかという問い

デカルトの相対主義的運動論に対する反発

世界は物質で充満しており、
地球はそのような物質の海の中を渦動により運ばれている。
地球と直に接してそれを運んでいる物質との間で相対的な運動はない
地球に接している物質を「静止している」とみなせば、「地球は実は動いていない」

→ 惑星の運動は減衰して、持続しないことになる！

デカルト1633年「宇宙論」完成のころ、
ガリレイの異端裁判の情報あり

絶対時間空間の導入の歴史的意義

力学の建設の際の外枠として、物体・物質に無関係の絶対時空を仮定したことは、
17世紀当時としては革命的であり、
実行可能という意味で現実的であり、
その後の300年間の科学の歴史を眺めた後知恵からしても賢明な選択

相対主義的、関係主義的、時空論の系譜

ライプニッツ（Gottfried Wilhelm Leibniz, 1646-1716）

宇宙のすべては関係しあっている

絶対空間を前提せずとも（相対的）位置は測れる、
出来事の間の時間間隔も測れる
宇宙の変化をモナド（情報の流れ）から解明するという野心的試み
（空間、時間自体の「量」をどう測るか？）

→17世紀には、計算実行は不可能であった！！

ポアンカレ（Anri Poincare, 1854－1912）：約束事としての「時間の等しさ」

マッハ（Ernst Waldfried Joseph Wenzel Mach, 1838－1916）

ニュートンによる絶対時間、絶対空間の概念を否定したマッハの原理を提唱した。
マッハの原理によると、物体の慣性力は全宇宙に存在する他の物質との相互作用によって生じるとされる。

大きな影響

マッハ自身は相対性理論に対しては、生涯否定的な立場をとった。

アインシュタイン（Albert Einstein、1879-1955）

1905年特殊相対論：

光の速度は有限、かつ観測者・座標系によらず一定である（光の運動は絶対的）
時間と空間のそれぞれは相対的で、物体の運動により決まる。
しかし、時空は絶対的（時空のみが独立の実在性をもつ）。

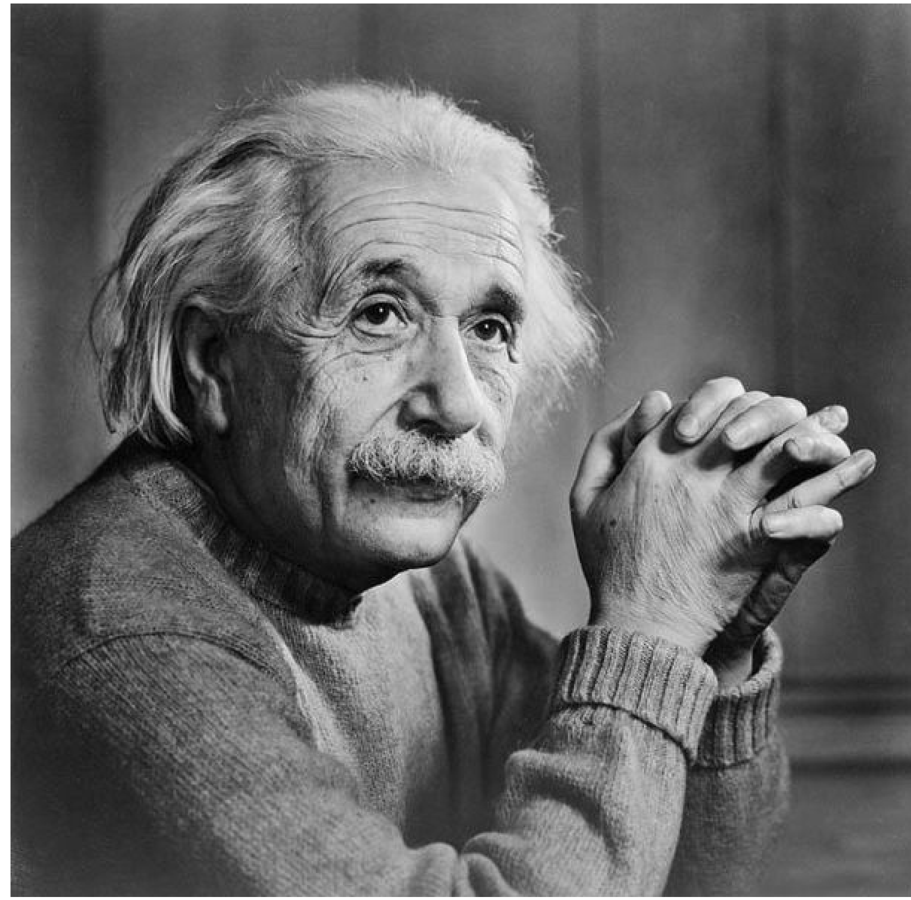
1915年一般相対論：

時空は物質の存在に依存して可変的である。

20－21世紀：量子宇宙論

A･アインシュタイン（１８７９－１９５５）

- **Albert Einstein**、ドイツ出身の理論物理学者。光量子仮説に基づく光電効果の理論的解明によって1921年のノーベル物理学賞を受賞。
- 1905年、「動いている物体の電気力学 」（特殊相対性理論）を発表。（２６歳）



特殊相対論の要点(1)

特殊相対性理論(特殊相対論と略)は次の二つの理論的要請(=原理)を前提とする。

光速度不変の原理:

真空中の、(観測者に対する)光速は光源の運動状態に無関係で有限の一定値である。

特殊相対性原理:

すべての(基本的な)物理法則は、いかなる等速運動系(=慣性系、慣性座標系)においても<u>同じ形式で表される</u>

物体の速度が光速と比べて十分に小さい場合にはニュートン力学(古典力学)と高精度で一致する! (日常的な経験とは矛盾しない。)

特殊相対論の要点(2)

斬新な結論:

相対的に運動する系に固定された時計は相互に遅れる!

相対的に運動する物体は進行方向に沿って縮む！

（＝ローレンツ収縮）

質量とエネルギーは相互に転換可能である！

（質量の和は必ずしも保存しない）

特殊相対論の結果は実験結果とは全く矛盾していない！！

含意:

時間と空間が物体の運動とは無関係ではありえないこと、

時間と空間が光速度一定という原理の下に、相互に依存すること！

限界:

お互いに等速度運動する座標系に限定していること。

重力を考えていないこと。

特殊相対論の要点（3）

特殊相対論は自分たちには関係ないか？ー意味と意義ー

[1]時間と空間と物体の運動について（17世紀以来の）概念の革命

時間と空間が物体の運動とは無関係ではありえないこと、

時間と空間が光速度一定という原理の下に、相互に依存すること！

光速度は有限である→遠くの天体から来た光は過去からの情報！

[2]太陽のエネルギー源は原子核融合反応による質量減少によること

太陽の質量は毎秒440万トン減少している、それによるエネルギーの1兆分の1程度が地球に与えられている！

[3]原爆、原子力発電は原子核分裂反応による質量減少によること

[4]カーナビを可能しているGPS(全地球位置測定システム)は

（1）高速で運動している人工衛星と地球の間で光速度一定であることを前提にしている。

（2）地球に対して運動している人工衛星の時計が遅れることを考慮している。

相対論的運動学

特殊相対論において得られる基本的な性質のうち、力（相互作用）に無関係な部分、運動学について。ここではS系（「静止系」）とそのx軸方向に等速度Vで移動する別の慣性系S’ (「運動系」)を考える。

0）ローレンツ変換とその逆変換

$$x' = \gamma(x - \beta ct),$$
$$ct' = \gamma(ct - \beta x),$$
$$x = \gamma(x' + \beta ct'),$$
$$ct = \gamma(ct' + \beta x')$$

$$\beta \equiv \frac{V}{c},$$
$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (\gamma > 1)$$

1.相対的に運動している物体（モノサシ）の収縮（ローレンツ収縮）

$$\ell = \ell'\sqrt{1-\beta^2} < \ell'$$

S’系に固定してある物体の運動方向の長さをS系で測ると短くなる。

$$\ell' = \ell\sqrt{1-\beta^2} < \ell$$

S系に固定されている物体をS’系で測ると、短くなる

相対速度Vとして新幹線の走行速度、時速300キロメートル

$$\sqrt{1-\beta^2} \approx \sqrt{1-7.8\times10^{-16}} \approx 1.00$$

2.空間的に隔てられた事象の「同時刻」概念の相対性

「静止」系（S系）において、二つの事象A,Bが同時に起きたとする。

$$t_A = t_B \qquad x_A \neq x_B$$

$$t'_B - t'_A = -\frac{\beta\gamma}{c}(x_B - x_A)$$

同時性の概念は絶対的ではなく、特定の座標系に依存していること

3. 相対的に運動している時計の遅れ

3.1 S系(「静止系」)からS'系(「運動系」)固定の時計の進み方

$$t'_B - t'_A = (t_B - t_A)\sqrt{1-(V/c)^2} \leq t_B - t_A$$

特殊相対論的力学の要点

質量とエネルギーの等価・転換性

(静止)質量m、速度ｖの粒子の相対論的エネルギー：

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

静止エネルギー：　mc^2

粒子の速度がゼロでも、粒子は静止エネルギーをもつ。

複合粒子における結合エネルギーと質量欠損

$$Mc^2 = \sum_i \frac{m_i c^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v_i}{c}\right)^2}} + \sum_{ij} u_{ij}$$

$$\approx \sum_i m_i c^2 + \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2 + \sum_{ij} u_{ij}$$

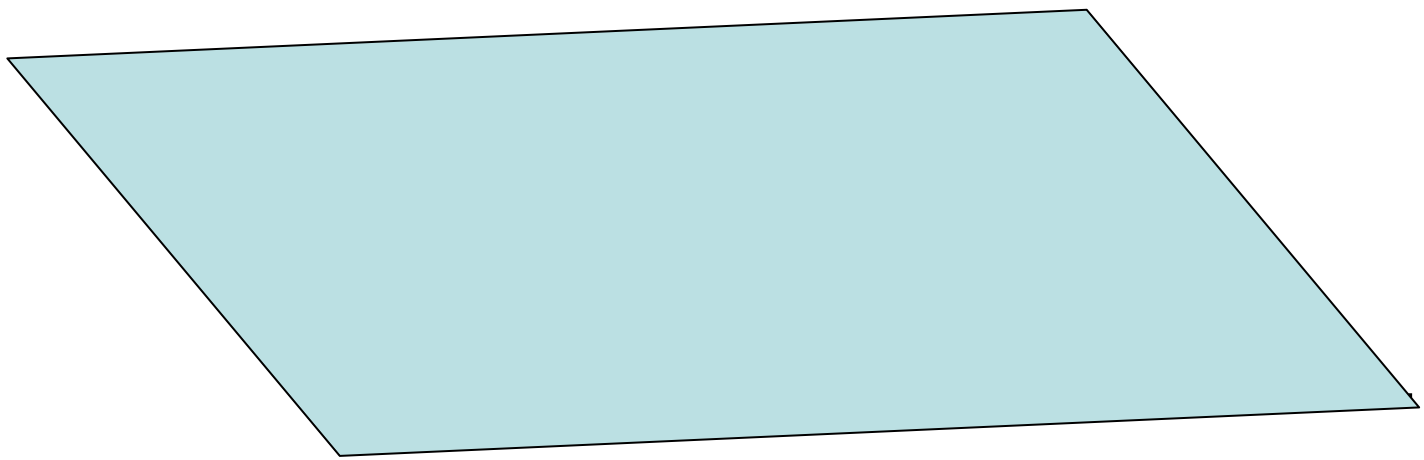
$$M \neq \sum_i m_i$$

複合粒子の結合エネルギー(binding energy)

$$BE \equiv \Delta M \cdot c^2 = [\sum_i m_i - M] \cdot c^2$$

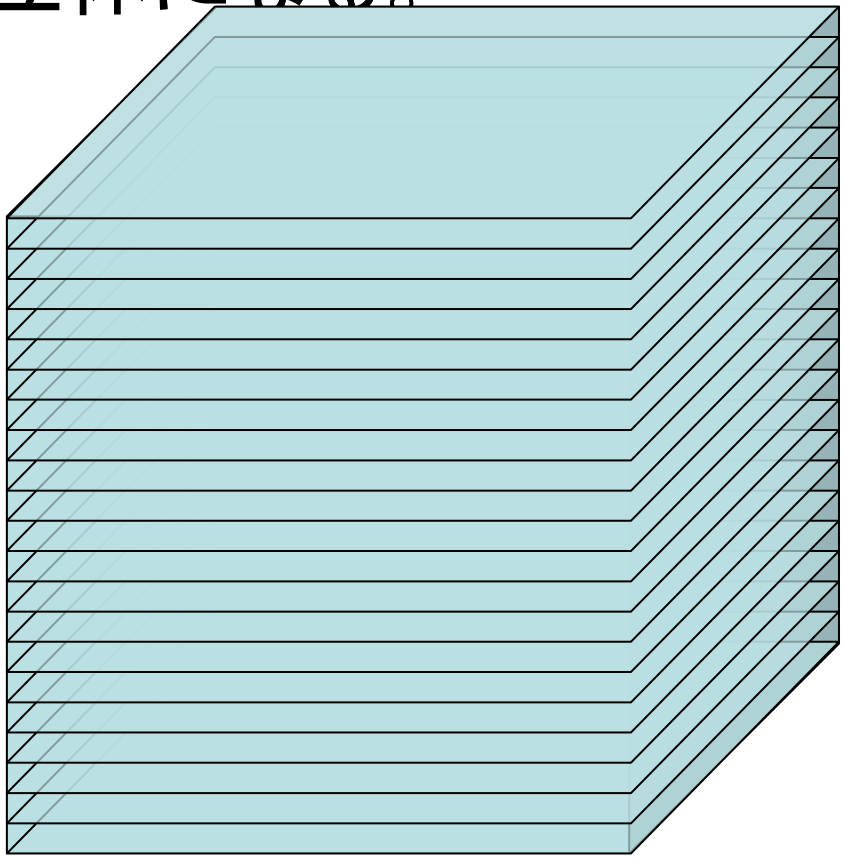
１次元＝線　　２次元＝面

- 線が動くと、面になる。



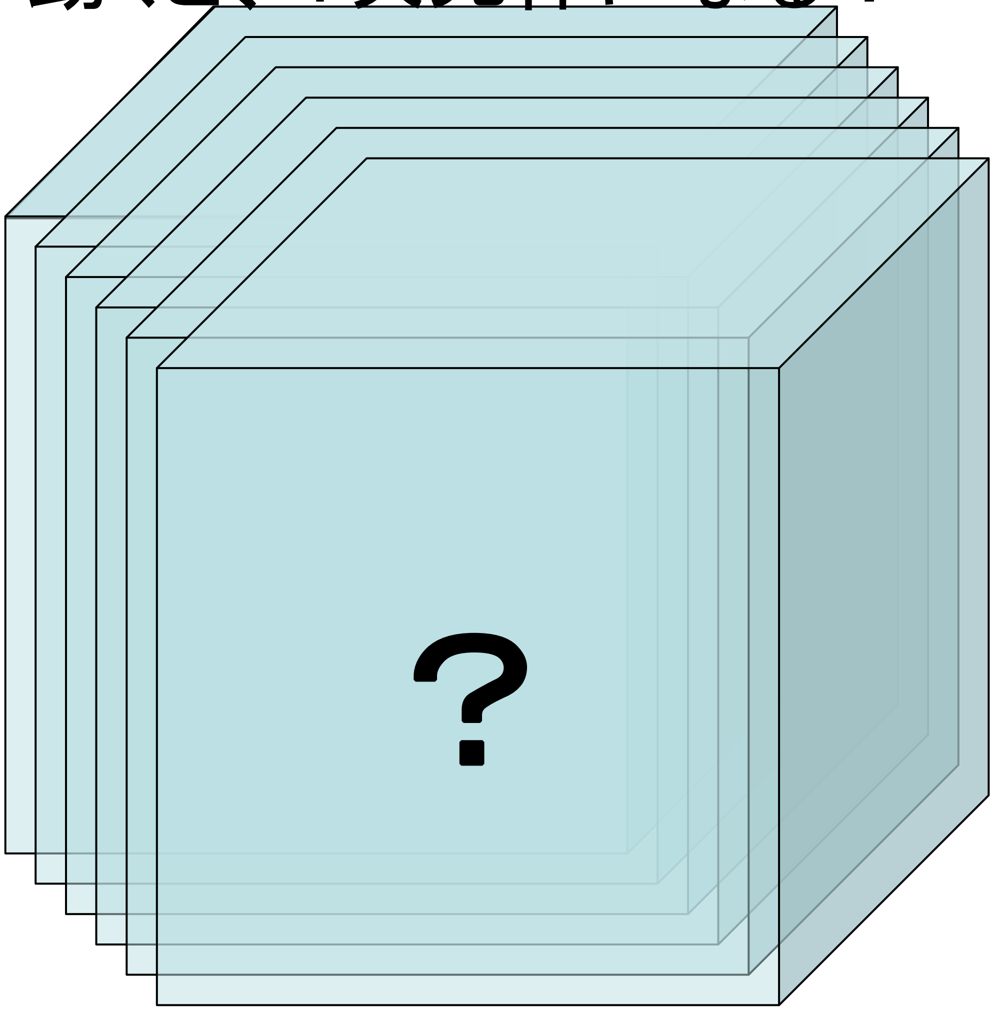
２次元＝面　３次元＝立体

- 面が動くと、立体になる。



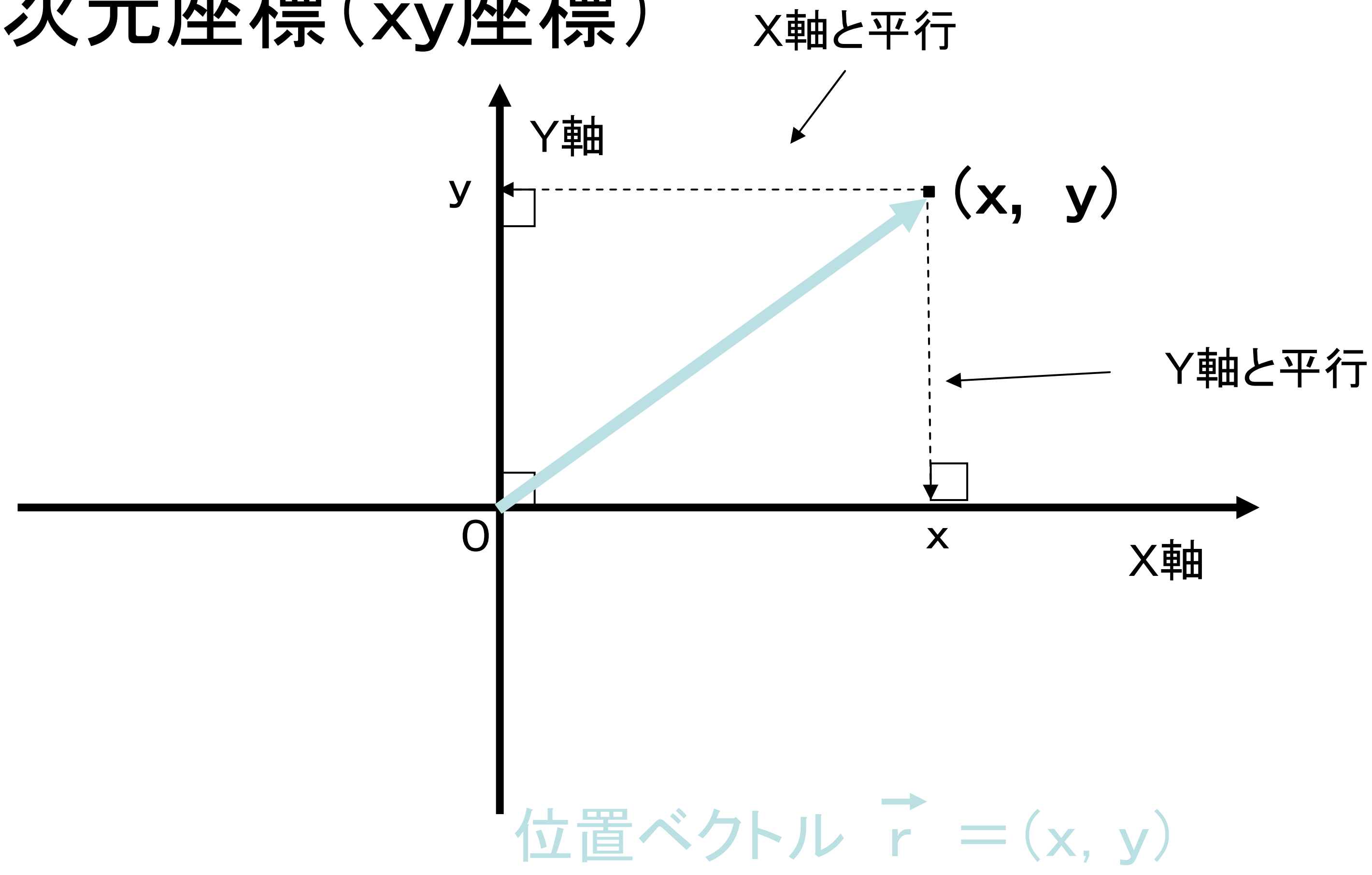
４次元体？

- 3次元立体が動くと、４次元体になる？

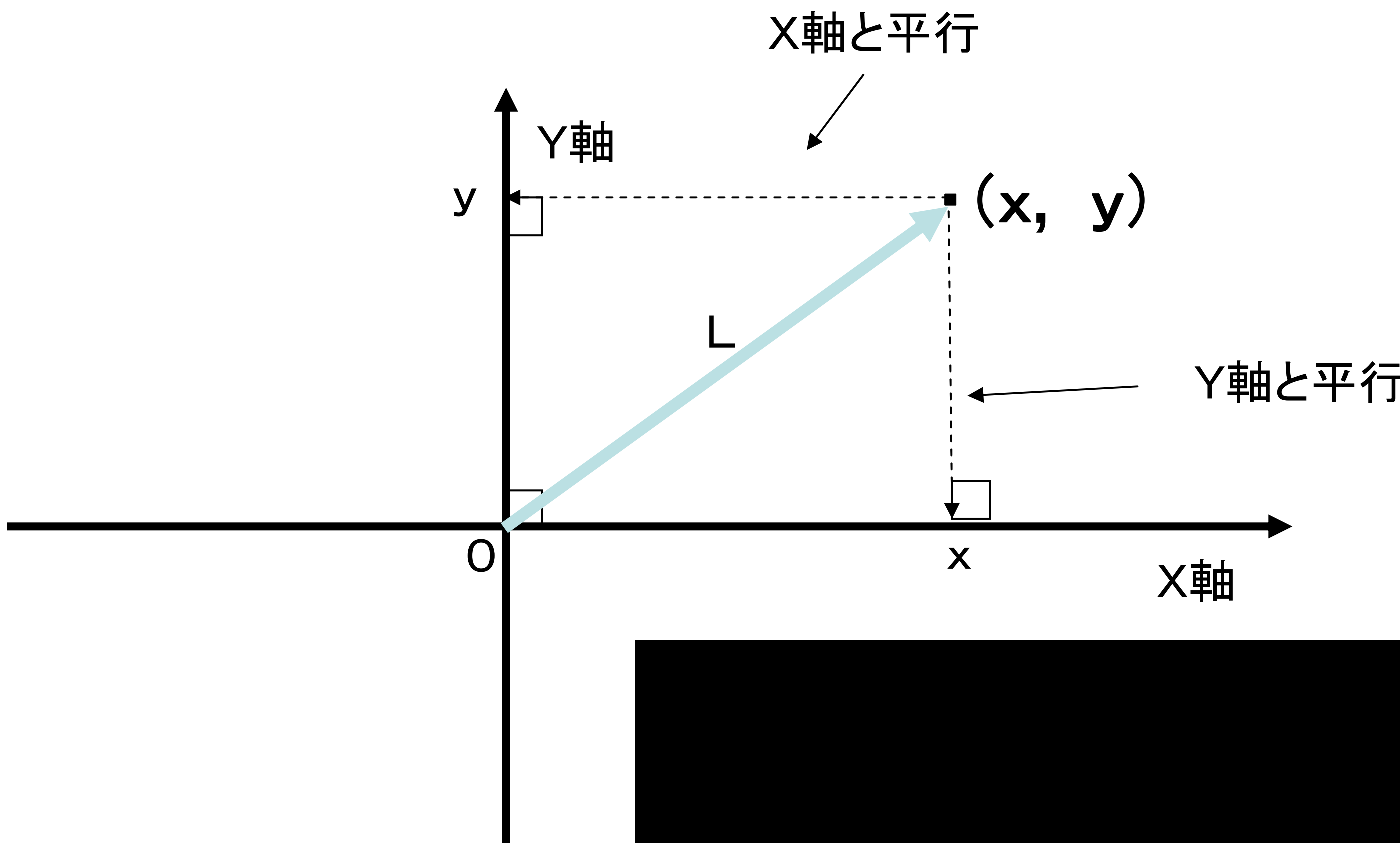


座標

- ２次元座標（xy座標）



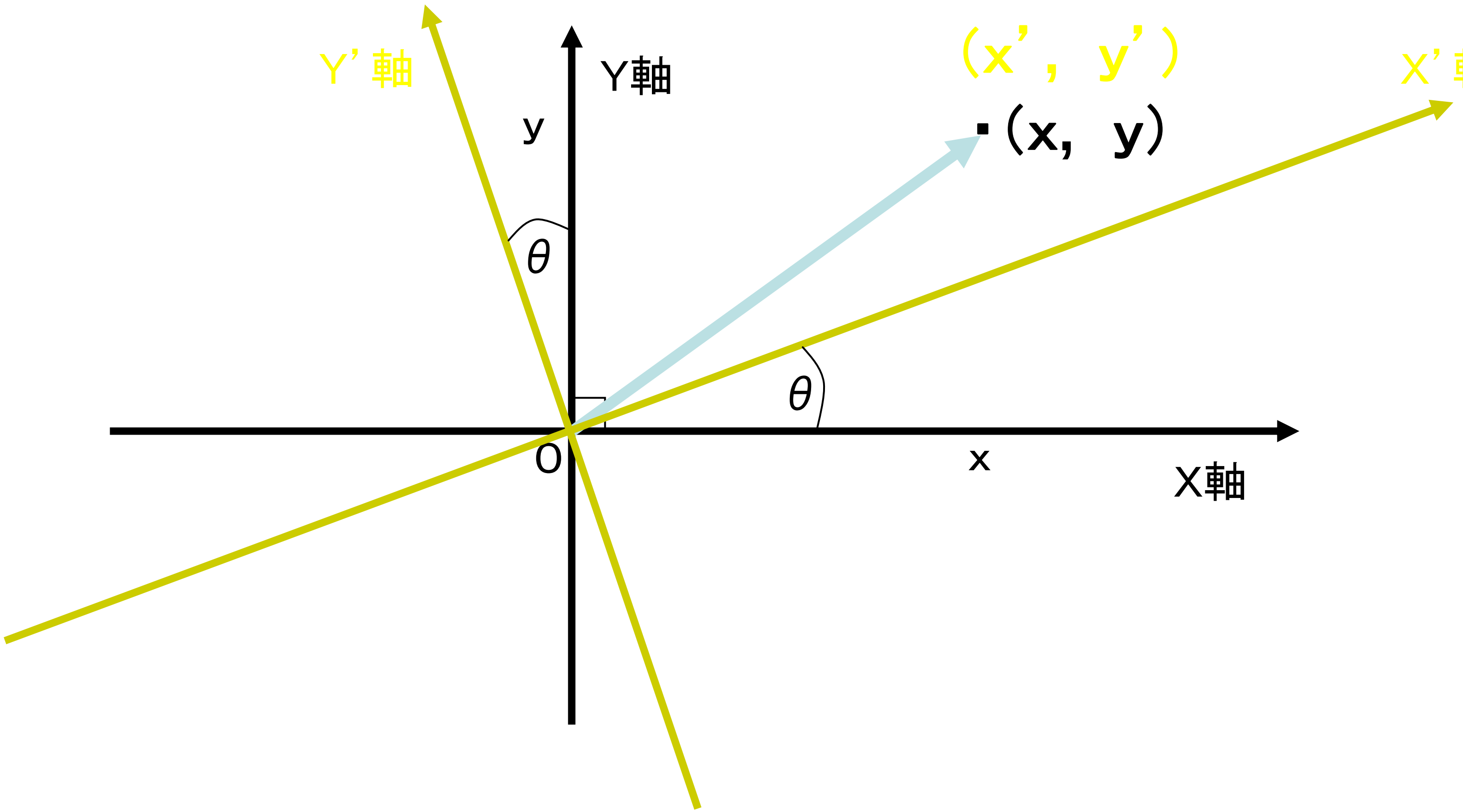
長さ（ピタゴラスの定理）



[redacted]

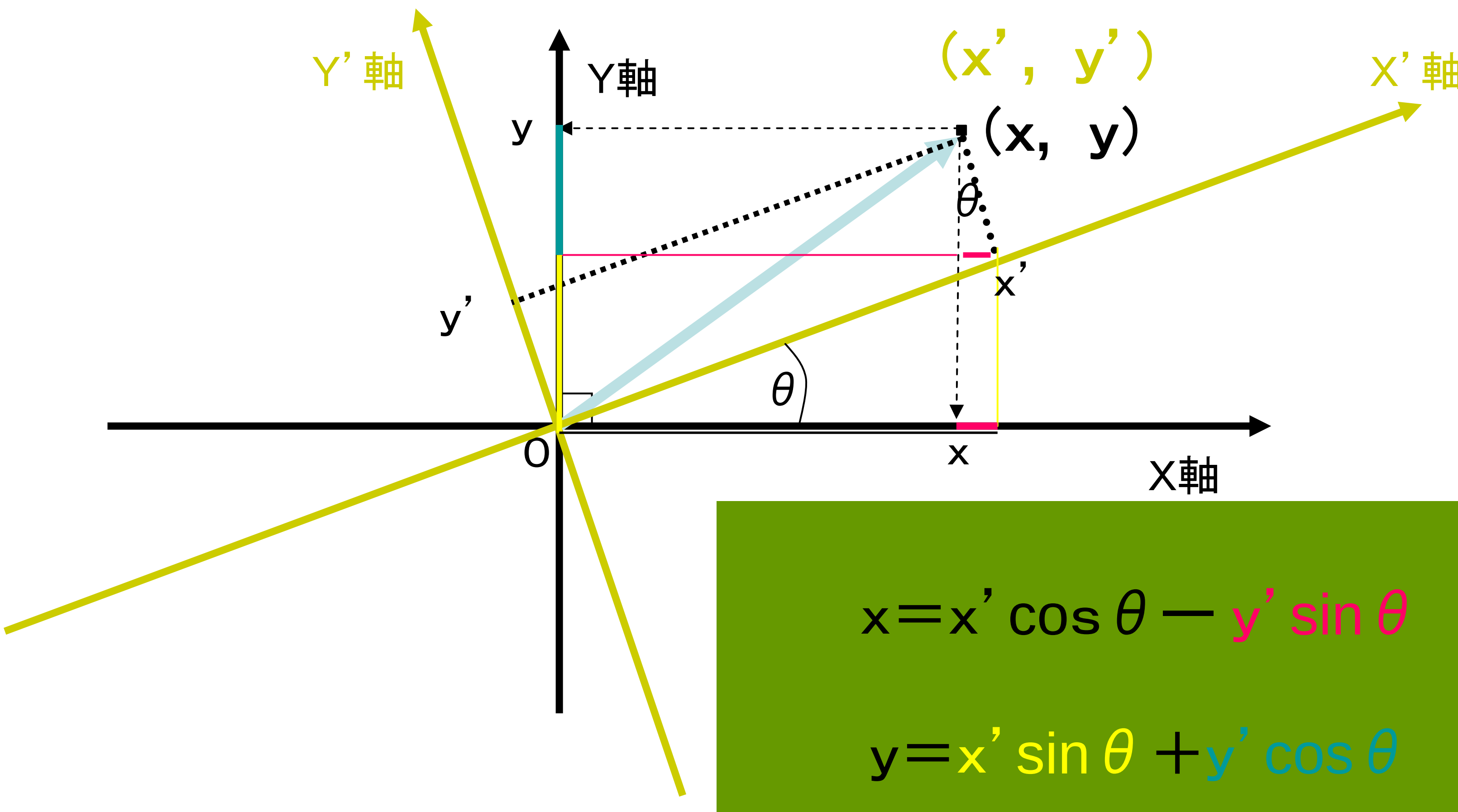
座標軸の回転

- 新しい座標(x’ y’ 座標)



回転座標 （座標軸の回転？岡本注）

- 新しい座標（x’y’座標）



$$x = x' \cos\theta - y' \sin\theta$$

$$y = x' \sin\theta + y' \cos\theta$$

行列で表現する

（座標軸の回転による物体の座標の成分間の変換式を行列で表現する？岡本注）

x＝x’ cos θ − y’ sin θ

y＝x’ sin θ ＋y’ cos θ

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

不変な長さ

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

$x = x'\cos\theta - y'\sin\theta$

$y = x'\sin\theta + y'\cos\theta$

- $L^2 = x^2 + y^2$

$= (x'\cos\theta - y'\sin\theta)^2 + (x'\sin\theta + y'\cos\theta)^2$

$= x'^2\cos^2\theta + y'^2\sin^2\theta - 2x'y'\cos\theta\sin\theta$

$+ x'^2\sin^2\theta + y'^2\cos^2\theta + 2x'y'\cos\theta\sin\theta$

$= (x'^2 + y'^2)(\cos^2\theta + \sin^2\theta)$

$= x'^2 + y'^2 = L'^2$

光より早く見る（？）

- 物が見えるのは、物から反射して出ている光が目に入り、眼底の視神経を刺激する。
- 物と目の距離をL〔ｍ〕としたら、物の起きている現象（事象）は、L／ｃ〔秒〕後に見ることができる。（ｃは、光の速さ）
- 物に対して、v〔m/s〕の速さで近づくと、どうなる？

L/(v+c)秒後？

- 物までの距離L、光と目が接する時点での時間をtとすれば、ct＋vt=L。よって、

  t＝L/(v+c)秒後。

- 実際近づいて見ると、

  t＝L/(v+c)にならないのだ！

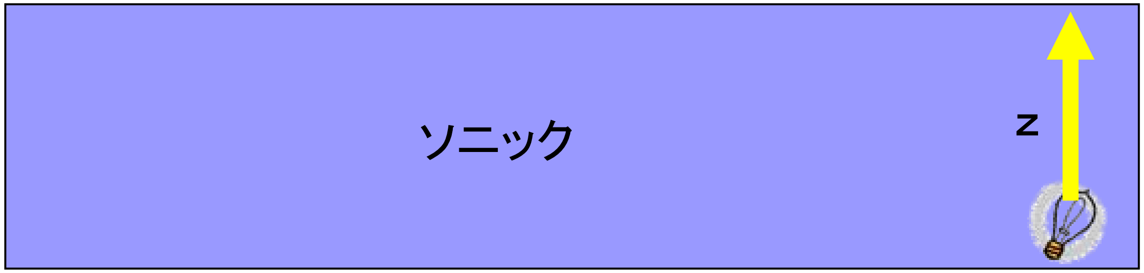
本当は･･･ $t = \dfrac{L}{v+c} \dfrac{1-\beta-\beta^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$　　$\beta = v/c$

？

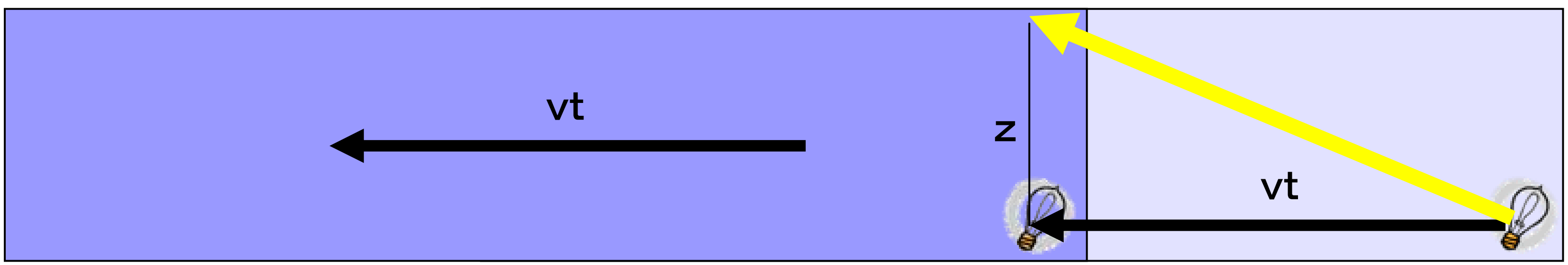
電車の中と外


SONIC
885
SONIC
INTERCITY KYUSHU SONIC EXPRESS 885 SINCE 2001
SONIC

ソニック



■電車の中(S’系) $(c't')^2 = z^2$



■電車の外(S系) $(ct)^2 = z^2 + (vt)^2$

電車の中と外

- 電車の外（S系）　$(ct)^2=z^2+(vt)^2$
- 電車の中（S’系）$(c't')^2=z^2$

- ~~時間が同じなら（t＝t’）→~~ $\cancel{c'=\sqrt{c^2-v^2}}$
- 光の速さは変わらない！！！→　$c'=c$

  $z^2=c^2t'^2=c^2t^2-v^2t^2=t^2(c^2-v^2)$
- 従って・・・・　$t'=t\sqrt{1-\beta^2}$　　$\beta=v/c$

ローレンツ変換

- 電車の中（S' 系：x' 、y' 、z' 、t' ）
- 電車の外（S　系：x、y、z、t）

電車の進む方向をx方向に仮定すると、

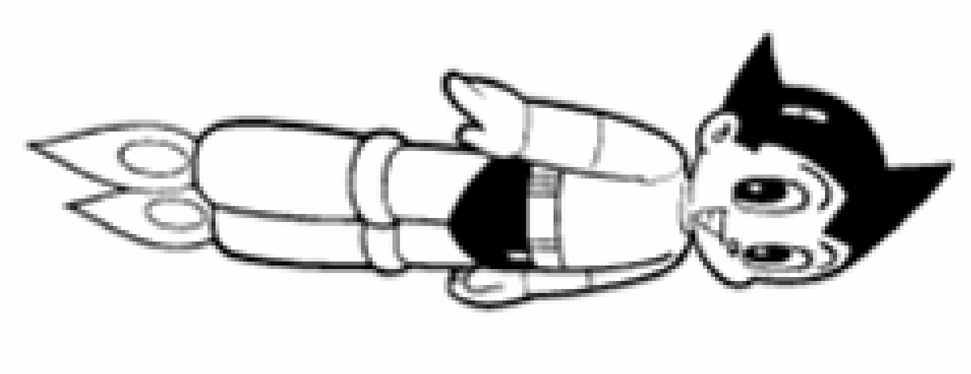
$$\begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} & \frac{v}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \\ \frac{v/c^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}} & \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ t' \end{pmatrix}$$

となる。

ローレンツ収縮

- vの速さで走っているものは進む方向に縮む。
- $$L' = ct' = ct\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2} = L_0\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}$$

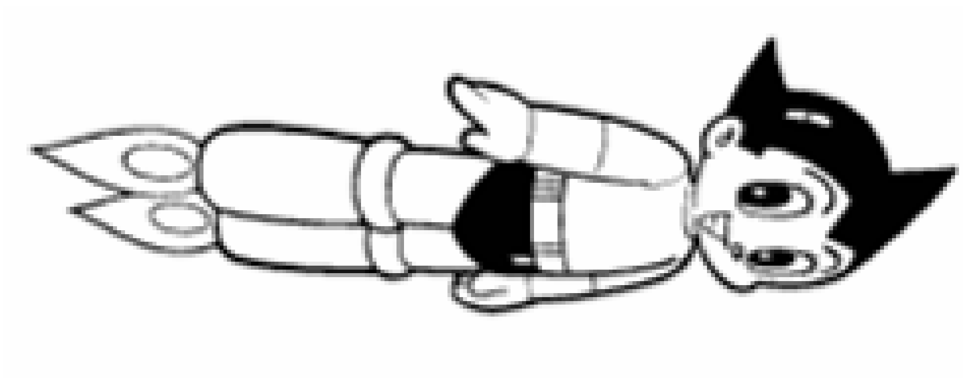
速度V＝0m/秒



http://www.asahi.com/ad/clients/atom/tezuka_episode.html

速度V＝300km/時

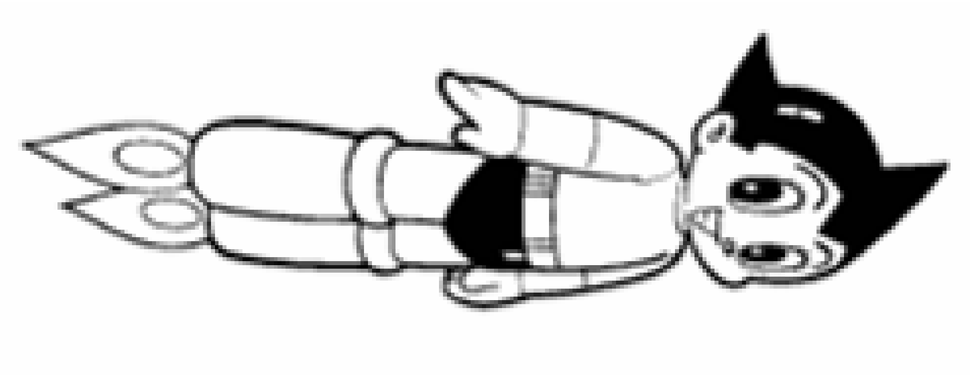
$v/c=2.7\times10^{-7}$



http://www.asahi.com/ad/clients/atom/tezuka_episode.html

速度Ｖ＝３００，０００km/時間

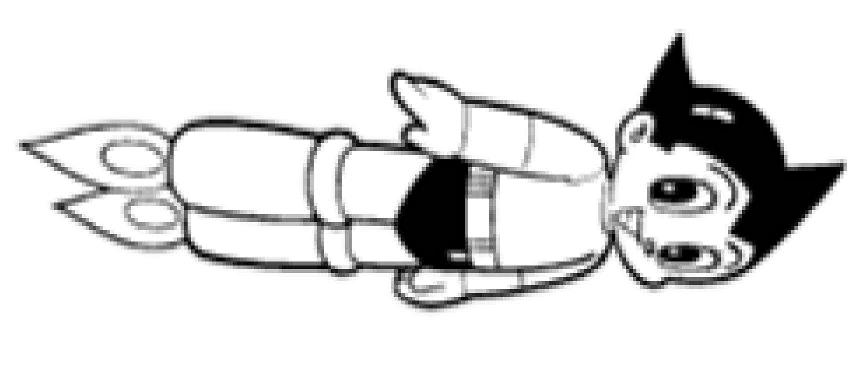
$v/c=2.7\times10^{-4}$



http://www.asahi.com/ad/clients/atom/tezuka_episode.html

速度Ｖ＝３００，０００，０００km/時間

$v/c=2.7\times 10^{-1}$



http://www.asahi.com/ad/clients/atom/tezuka_episode.html

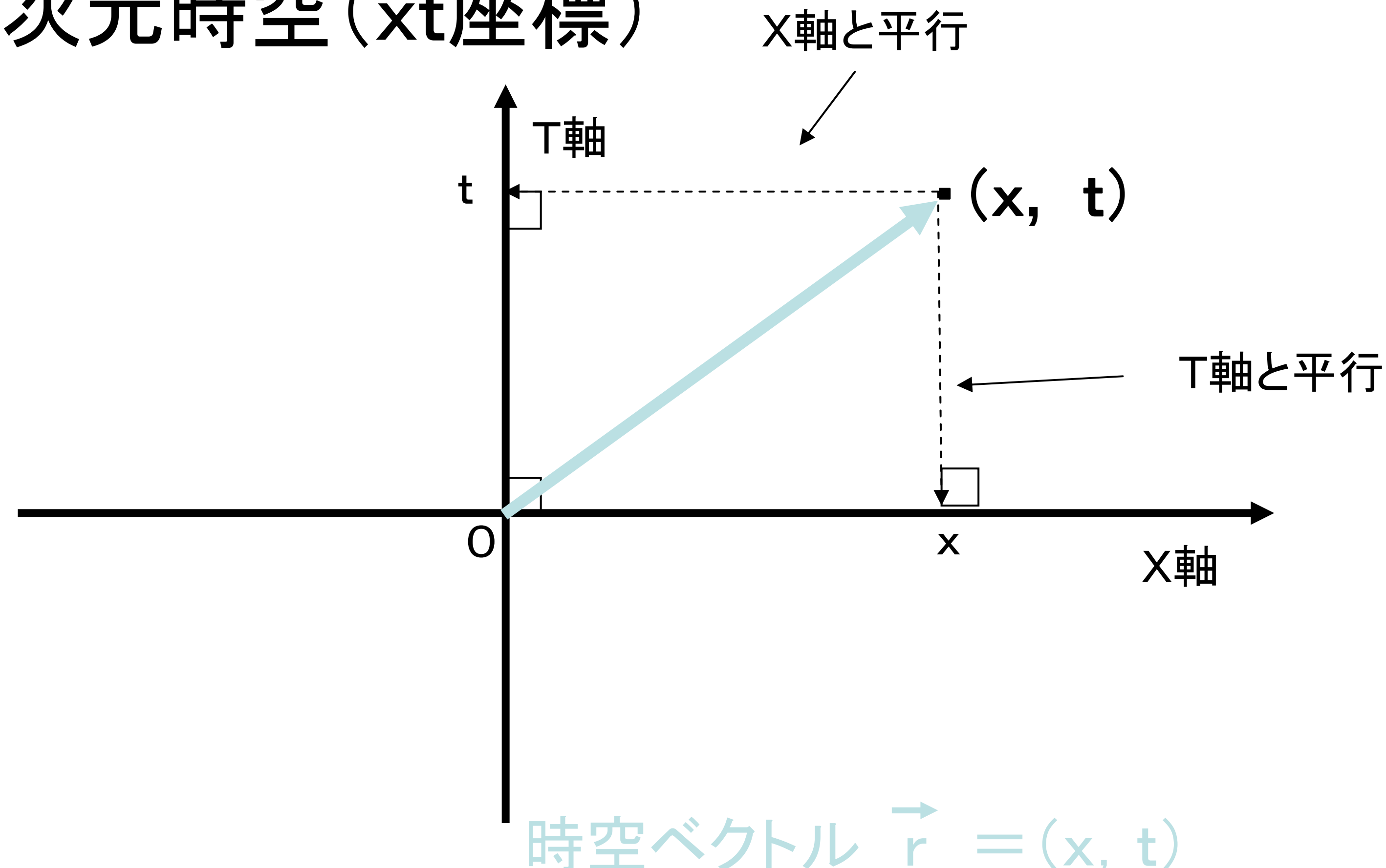
速度V＝1000，000，000km/時間

v/c=0．93

http://www.asahi.com/ad/clients/atom/tezuka_episode.html

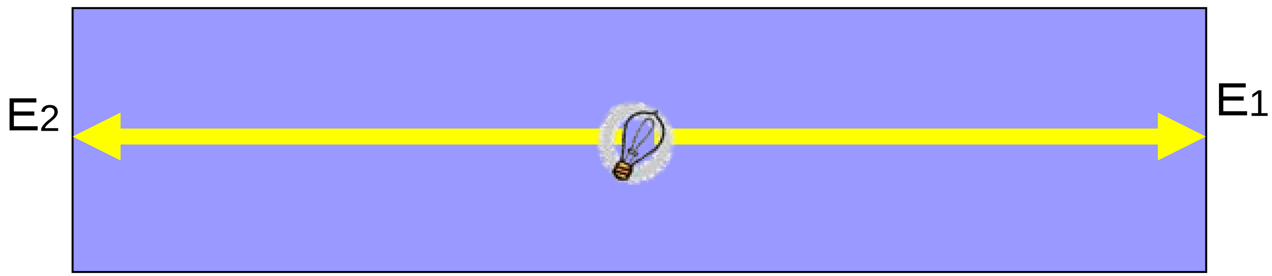
時空間（ミンコフスキー時空）

- ２次元時空（xt座標）

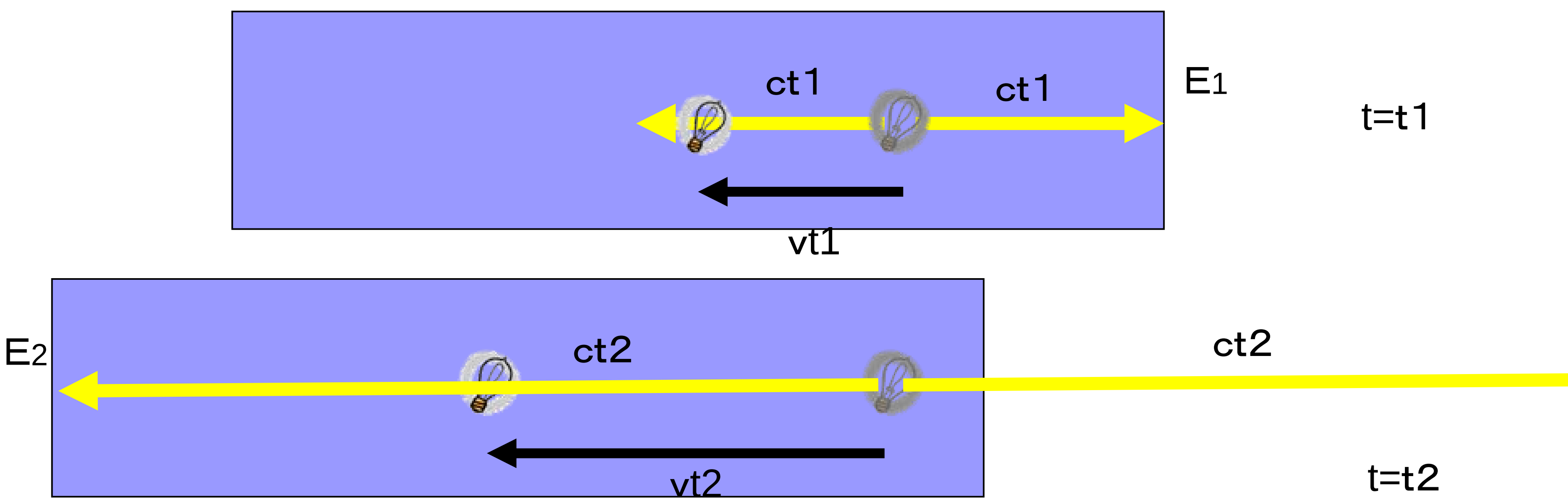


ヘルマン･ミンコフスキー

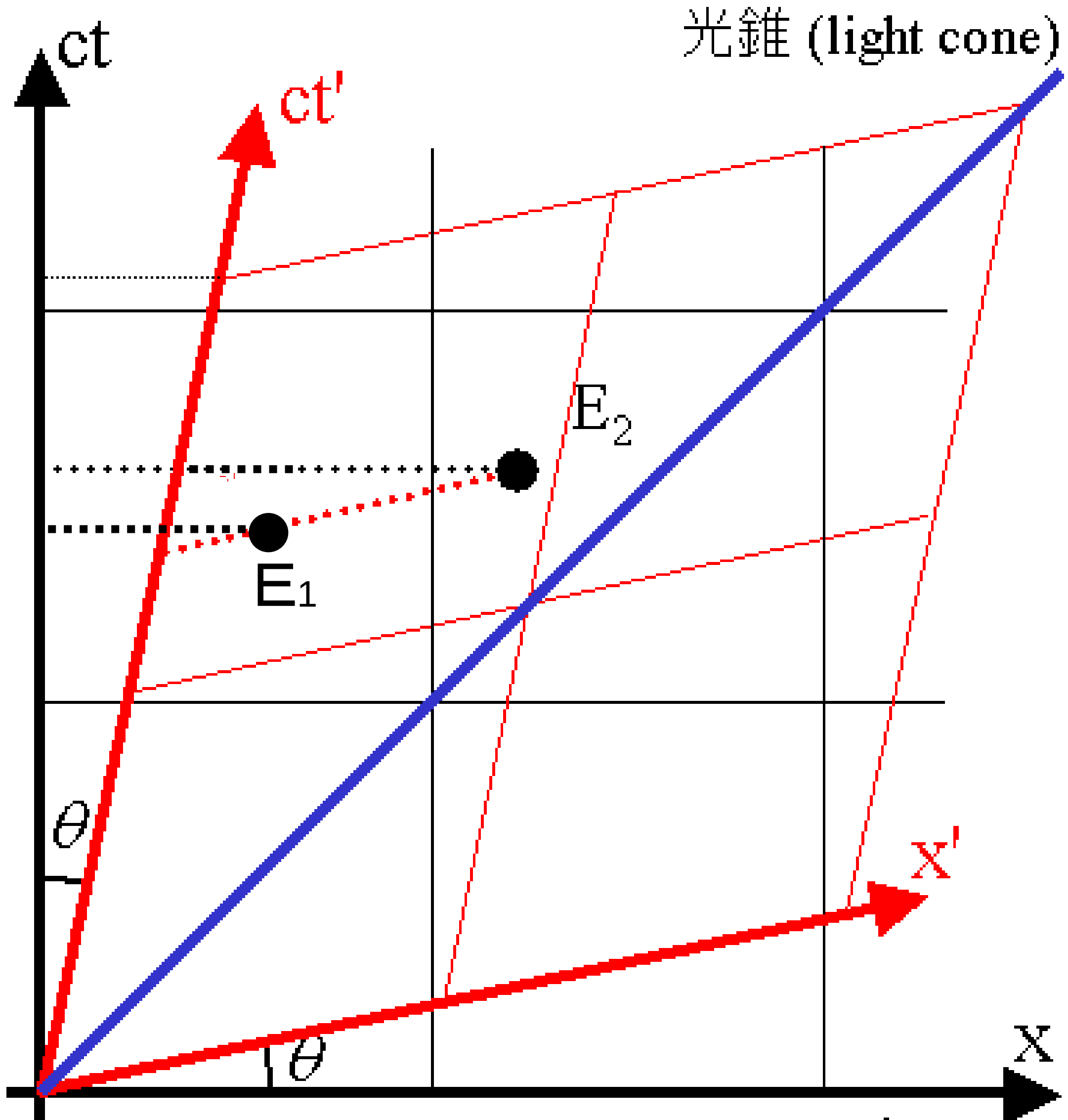
（**Hermann Minkowski)**
1864年-1909年
ロシア（リトアニア）生まれの
ユダヤ系ドイツ人数学者。
ミンコフスキー空間と呼ばれる
四次元の空間により、アイン
シュタインの相対性理論に数
学的基礎を与えた。また、時
空を表すための方法として光
円錐を考えた。その他に数論
や幾何学に関する業績がある。



■電車の中（S’系）　同時？



■電車の外（S系）　t1≠t2



$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{v^2}{c^2}}}$$

時空間の回転は可能か？

$$\begin{pmatrix} x \\ ct \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} & \frac{v/c}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \\ \frac{v/c}{\sqrt{1-(v/c)^2}} & \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ ct' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ ct \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} & \frac{-i\ v/c}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \\ \frac{v/c}{\sqrt{1-(v/c)^2}} & \frac{-i}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ ict' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ ict \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} & \frac{-i\ v/c}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \\ \frac{iv/c}{\sqrt{1-(v/c)^2}} & \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ ict' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ ict \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} & \dfrac{-i\ v/c}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \\ \dfrac{iv/c}{\sqrt{1-(v/c)^2}} & \dfrac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ ict' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

$\frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$ を $\cos\theta$、$\frac{iv/c}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$ を $\sin\theta$ と仮定すれば、

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = \left(\frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}\right)^2 + \left(i\frac{v/c}{\sqrt{1-(v/c)^2}}\right)^2 = 1$$

となる。ただし、sin 関数は、虚数になるから、不合理。

時空間の長さ(固有時)

$$\begin{pmatrix} x \\ ict \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ ict' \end{pmatrix}$$

- $\lambda^2 = x^2 + (ict)^2 = x^2 - c^2t^2$

  $= (x'\cos\theta - ict'\sin\theta)^2 + (x'\sin\theta + ict'\cos\theta)^2$

  $= x'^2\cos^2\theta + (ict')^2\sin^2\theta - 2x'ict'\cos\theta\sin\theta$

  $+ x'^2\sin^2\theta + (ict')^2\cos^2\theta + 2x'ict'\cos\theta\sin\theta$

  $= (x'^2 + (ict')^2)(\cos^2\theta + \sin^2\theta)$

  $= x'^2 + (ict')^2 = x'^2 - c^2t'^2 = \lambda'^2 \quad \equiv -c^2\tau^2$ ： 固有時　τ

$\lambda = \lambda'$ ，$\tau = \tau' \rightarrow$ 変換しても固有時は変わらない

不変な長さ

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

- $L^2 = x^2 + y^2$

$= (x'\cos\theta - y'\sin\theta)^2 + (x'\sin\theta + y'\cos\theta)^2$

$= x'^2\cos^2\theta + y'^2\sin^2\theta - 2x'y'\cos\theta\sin\theta$

$+ x'^2\sin^2\theta + y'^2\cos^2\theta + 2x'y'\cos\theta\sin\theta$

$= (x'^2 + y'^2)(\cos^2\theta + \sin^2\theta)$

$= x'^2 + y'^2 = L'^2$

$L = L'$ → 回転しても長さは変わらない

特殊相対論の見方では、電場と磁場は別々のものではなく、同じ4元ベクトルの成分である！

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & E_x/c & E_y/c & E_z/c \\ -E_x/c & 0 & B_z & -B_y \\ -E_y/c & -B_z & 0 & B_x \\ -E_z/c & B_y & -B_x & 0 \end{pmatrix}$$

電磁テンソル

$$F^{\mu\nu}$$

$$\vec{E} = (E_x, E_y, E_z)$$

電場

$$\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$$

磁束密度

マクスウェルの方程式:

ローレンツ変換を行っても、形は変わらなかった！
(特殊相対性原理が埋め込まれていた！）
電磁場テンソルではひとつの式で書ける！

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = -\mu_0 j^\nu = -\mu_0 (c\rho, \vec{j})$$

$$\begin{cases} div\vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0} = \mu_0 c^2 \rho \\ div\vec{B} = 0 \\ rot\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ rot\vec{B} = -\mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{cases}$$

ガウスの法則
ガウスの法則

ファラデーの法則
アンペール・
マクスウェルの法則

連続の式 (保存の式)

$$\nabla_{\mu} T^{\mu\nu}(x) = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = 0$$

$\boxed{\text{エネルギーの保存}}$

$$\frac{\partial \vec{P}}{\partial t} = 0$$

$\boxed{\text{運動量の保存}}$

まとめ

- 特殊相対性理論は、

「光速度はどの慣性系でも一定の原理」によって導かれる。

- ２つの慣性系の間に「時間の遅れ」が生じる。
- ２つの慣性系の間に「ローレンツ収縮」が起こる。
- ミンコフスキー時空間によって記述される。

→時間と空間の関係は、複素数の実部虚部の関係に見ることができる。（一般相対論では、計量テンソルで説明する）

- 不変量として、「固有時 τ 」がある。
- （質量は、エネルギーと等価である。）