[（３次元の球面波の振幅）filename=wave-3dim-1-qa061128a.tex]

3 次元の球面波の振幅が波源からの距離 r に逆比例することを, エネルギー保存則を用いて、次の手順で示せ。ただし、波源から発生した波が媒質中で吸収されないとする。

1. 球面の単位面積あたり、単位時間当たり通過する波動のエネルギー（＝波の流れ）を I として、I と r の関係式を求めよ。
2. 波動のエネルギー（＝波の流れ）I が波動の振幅 A の 2 乗に比例するとして、振幅 A と波源からの距離 r の関係式を求めよ。

(解答例)

1. 波源を中心にして描いた同心球の表面を、単位時間に通過するエネルギーは、どの同心球でも同じである。すなわち

$$\begin{aligned} 4\pi r^2 I &= \text{constant} \equiv c_1 \\ \to I &= \frac{c_1}{4\pi r^2} \end{aligned} \tag{1}$$

となる。（c_1 : 定数）

2. 波動のエネルギー（＝波の流れ）は波動の振幅 A の 2 乗に比例する。すなわち

$$I = \text{constant} \times A^2 \equiv c_2 A^2. \tag{2}$$

（c_2 : 定数）。式 (1) を式 (2) に代入すると

$$\begin{aligned} c_2 A^2 &= \frac{c_1}{4\pi r^2} \\ \to A &= \sqrt{\frac{c_1}{4\pi c_2}}\frac{1}{r}. \end{aligned} \tag{3}$$

よって、題意は示された。

(備考：この問題で示されたように、2 次元球面波と同様に、3 次元球面波は媒質中で、波のエネルギー吸収がない場合でも、エネルギー保存則により、波の振幅は波源からの距離に反比例して減衰する。この点は、1 次元正弦波（余弦波）とは対照的である。)