

正の x 方向に進行する、ある正弦波 (sin 波) が、振幅 $A = 15\text{cm}$ 、波長 $\lambda = 40\text{cm}$ 、及び振動数 $f = 8\text{Hz}$ をもっている。また、 $t = 0, x = 0$ における波の変位 $\psi(0, 0) = 15\text{cm}$ である。

1. 波の波数 k 、周期 T 、角振動数 ω 、位相速度 v を計算せよ。
2. この波の位相定数 (または初期位相) ϕ を決定し、この波の式 (波動関数 $\psi(x, t)$) の一般的表式を書け。
3. $x = 0, t = 0$ における (媒質の) 粒子速度 v_p を計算せよ。

(解答例)

1.

$$k \equiv \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0.4\text{m}} = 15.7\text{m}^{-1} \quad (1)$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{8\text{s}^{-1}} = 0.125\text{s} \quad (2)$$

$$\omega = 2\pi f = 50.3\text{rad/s} \quad (3)$$

$$v = f\lambda = 3.20\text{m/s} \quad (4)$$

2. 正弦波の一般的表式

$$\psi(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \phi) \quad (5)$$

$$(6)$$

において、粒子速度の定義より

$$v_p = \left. \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} \right|_{x=0, t=0} \quad (7)$$

$$= -A\omega \cos(kx - \omega t + \phi) \Big|_{x=0, t=0} \quad (8)$$

$$= -A\omega \cos \phi \quad (9)$$

$$A = 0.15\text{m}, \quad (10)$$

$$\psi(0, 0) = A \sin \phi \quad (11)$$

$$\rightarrow \sin \phi = 1 \rightarrow \phi = \frac{\pi}{2} (\text{rad}) \quad (12)$$

$$\psi(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \frac{\pi}{2}) \quad (13)$$

$$= A \cos(kx - \omega t) \quad (14)$$

$$3. v_p(x = 0, t = 0) = -A\omega \cos \frac{\pi}{2} = 0$$