

波長 λ に比べて、深さ (平均の深さ) h が浅い場合、水面の波の位相速度 v は近似的に $v = \sqrt{gh}$ と書ける。(g は重力加速度の大きさ) アメリカのアラスカ湾の大洋床に生じた地震が津波を起こすとする。この津波が 9 時間 30 分後に、4450 km だけ離れているハワイ州のある地点に到達する

1. 周期 T 、角振動数 ω 、位相速度 v を計算せよ。
2. この波の位相定数 (または初期位相) ϕ を決定し、この波の式 (波動関数 $\psi(x, t)$) の一般的表式を書け。
3. $x = 0, t = 0$ における (媒質の) 粒子速度 v_p を計算せよ。

(解答例)

1.

$$k \equiv \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0.4\text{m}} = 15.7\text{m}^{-1} \quad (1)$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{8\text{s}^{-1}} = 0.125\text{s} \quad (2)$$

$$\omega = 2\pi f = 50.3\text{rad/s} \quad (3)$$

$$v = f\lambda = 3.20\text{m/s} \quad (4)$$

2. 正弦波の一般的表式

$$\psi(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \phi) \quad (5)$$

$$(6)$$

において、粒子速度の定義より

$$v_p = \left. \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} \right|_{x=0, t=0} \quad (7)$$

$$= -A\omega \cos(kx - \omega t + \phi)|_{x=0, t=0} \quad (8)$$

$$= -A\omega \cos \phi \quad (9)$$

$$A = 0.15\text{m}, \quad (10)$$

$$\psi(0, 0) = A \sin \phi \quad (11)$$

$$\rightarrow \sin \phi = 1 \rightarrow \phi = \frac{\pi}{2}(\text{rad}) \quad (12)$$

$$\psi(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \frac{\pi}{2}) \quad (13)$$

$$= A \cos(kx - \omega t) \quad (14)$$

$$3. v_p(x = 0, t = 0) = -A\omega \cos \frac{\pi}{2} = 0$$