

ナイアガラの滝は高さが約 50 m、平均水流は $4 \times 10^5 \text{m}^3/\text{分}$ である。この場合に、水力発電の発電とその効率を次の手順で考えてみよう。

1. 質量 m の物体 (水の塊) は高さ h にある場合の、重力による位置エネルギー U は $U = mgh$ と表される。この位置エネルギーが落下により、運動エネルギーに転化し、それがすべて温度上昇 ΔT に消費されるときの関係式を記せ。重力の加速度 g 、水の比熱 C を用いよ。
2. 水の位置エネルギー、または運動エネルギーがすべて熱エネルギーに転換すると仮定して、滝の上と下とでの水温の差は何 か計算せよ。ただし、重力の加速度の大きさ $g = 9.8 \text{m/s}^2$ 、水の比熱の値は $C = 1.0 \text{ cal}/(\text{g} \cdot \text{ }) = 4.18 \times 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{ })$ である。
3. ある時刻における水の質量 m と体積 V とするとき、水の質量の時間的変化率 (dm/dt) を平均水流 (dV/dt) と水の密度 ρ により表せ。
4. 仕事率 P を、重力加速度の大きさ、滝の高さ、平均水流、水の密度で表せ。
5. 水の約 20% が水力発電に用いられるとして発電所の出力電力を求めよ。

(解答)

1. 題意より、次式が成り立つ。

$$mgh = mC\Delta T \quad (1)$$

2. 前問の結果より、温度上昇として次の値が得られる。

$$\Delta T = \frac{gh}{C} = \frac{9.8(\text{ms}^{-2}) \times 50\text{m}}{4.18 \times 10^3} \frac{\text{kg}}{\text{kg} \cdot \text{m}^2\text{s}^{-2}} = 0.117 \quad (2)$$

3. 水の質量の時間的変化率 dm/dt は平均水流 (dV/dt) と水の密度 ρ により、 $dm/dt = d(\rho V)/dt = \rho(dV/dt)$ と書ける。

4. 今、仕事率 P は

$$P \equiv \frac{dW}{dt} = \left(\frac{dm}{dt}\right)gh = \rho \frac{dV}{dt} gh \quad (3)$$

と表される。

5. 水の塊の落下による仕事率 P_{water} と出力電力 P_{elec} の (実効的) 転換効 η_{eff} が 0.2 (20%) であるから

$$\begin{aligned} P_{\text{elec}} &\equiv \eta_{\text{eff}} \times P_{\text{water}} = \eta_{\text{eff}} \times \rho \frac{dV}{dt} gh \\ &= 0.2 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{4 \times 10^5 \text{m}^3}{60\text{s}} \times \frac{9.8\text{m}}{\text{s}^2} \times 50\text{m} \\ &= 6.53 \times 10^8 \text{J/s} = 6.53 \times 10^8 \text{W} \quad (\text{W} \equiv \text{watt}) \end{aligned} \quad (4)$$

が求まる。ここで、 $\rho = 1\text{g/cm}^3 = 10^{-3}\text{kg}/(10^{-6}\text{m}^3) = 10^3\text{kg/m}^3$ を用いた。