

電磁場の量子化

目次

1. 光とは何かー電磁波と光子
2. 電磁場の量子化の必要性和応用領域
3. 電磁気学のマックスウェル方程式
4. 電磁場中の荷電粒子の古典ハミルトニアン
5. 電磁場の方程式におけるゲージ変換とその不定性
6. ベクトル・ポテンシャルの平面波展開(フーリエ展開)
7. 電磁場の量子化
8. 量子化されたベクトルポテンシャル、ハミルトニアン、運動量

1. 光とは何か—電磁波と光子

電磁波：物理空間（真空）中を伝播する場合には波動的性質を示す。
直進、反射、屈折、干渉。トムソン散乱。

光子：物質粒子との相互作用（光子の吸収・消滅や散乱）の場合には
粒子的性質を示す。

光電効果、コンプトン散乱。電子陽電子の対消滅・光子対発生。

光電効果は太陽電池の基礎原理になっている！

電子陽電子の対消滅・光子対発生はガン病巣などPET診断の基礎原理
となっている！

PET=positron emission tomography

したがって、（広義の）光は単純な波動でも、単純な粒子でない！

光電効果の現象

現象(マクロな系(巨視的な系))

1895年 レナードの実験

紫外線や波長の
短い可視光線



実験結果のまとめ

- 1) 金属にあてる光の振動数 ν がその金属に特有なある値(限界振動数) ν_0 より小さいと、どんなに強い光をあてても電子は飛び出さない。
- 2) この限界振動数よりも大きい振動数の光を金属に当てると電子が飛び出す。飛び出した電子はいろいろな大きさの運動エネルギーをもつが、最大の運動エネルギー $K_{\max}$ は、光の強さに無関係で光の振動数 ν だけで決まり、

$$K_{\max} = h\nu - h\nu_0$$

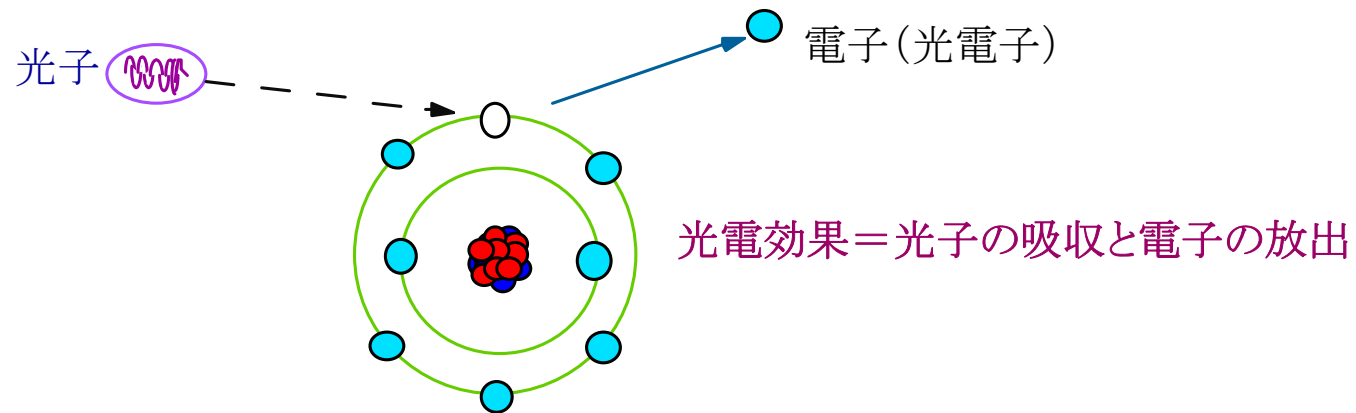
表される。ここで h はプランク定数よばれる普遍定数である。

- 3) 金属にあて光を強くすると、飛び出す電子の数はあてた光の強さに比例して増加。
- 4) どんなに弱い光でも、光の振動数が限界振動数よりも大きければ、光をあてるとただちに電子が飛び出す。

光が波動であると考えると、3) は理解できるが、1, 2, 4) は理解できない。

ミクロな系（要素的過程）についてのアインシュタインの考え 1905年

振動数 ν の光は $h\nu$ という大きさエネルギーをもつ粒子(光子)の流れであって、光電効果ではこの光子が金属中の電子に衝突すると、そのエネルギーは一度に電子に吸収される。



- (1) 電子が金属表面から飛び出すのに必要な最小限のエネルギーを $h\nu_0$ とすると、振動数が ν_0 以下の光では必要なエネルギーを電子にいっぺんに与えることができないので光電効果は起こらない。
- (2) 金属内部の電子はさまざまなエネルギーをもっているが、その中で最大の運動エネルギーをもつ電子は光子から $h\nu$ のエネルギーをもらい、 ν が ν_0 よりも大きい場合には表面から飛び出るために $h\nu_0$ のエネルギーを使うので、残りのエネルギー ($h\nu - h\nu_0$) を運動エネルギーとしてもらって金属の外に飛び出す。

粒子と波動に対する二重スリット実験

—波動性の証拠としての干渉縞—

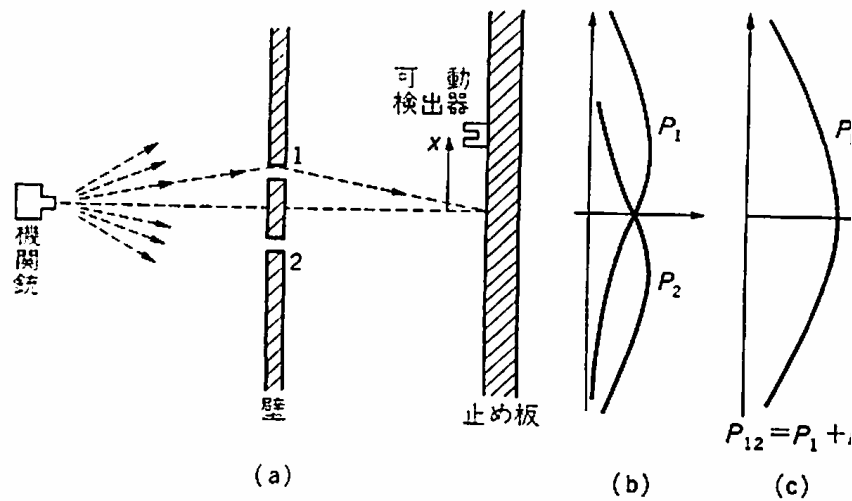


図 弾丸をつかった干渉実験

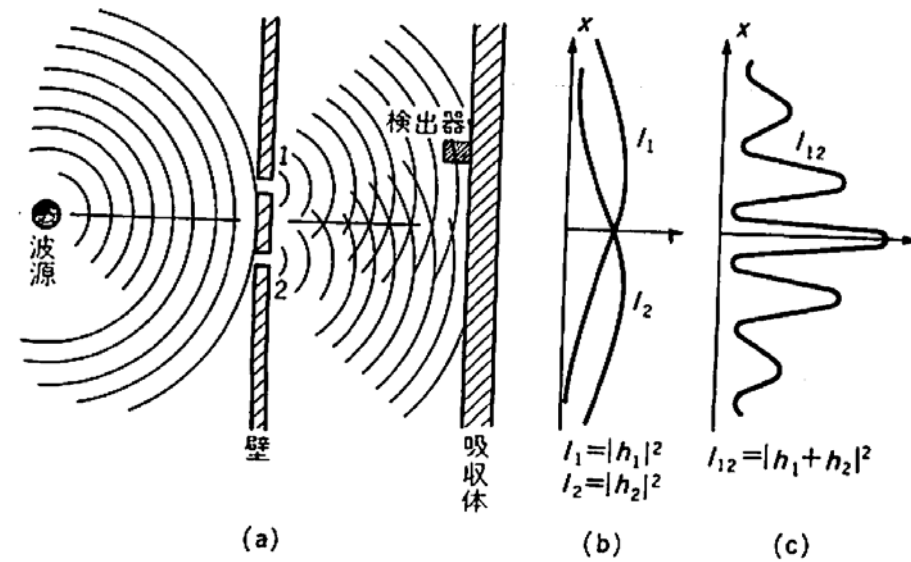


図 水の波をつかった干渉実験

電子線をつかった干渉実験—電子の波動性—

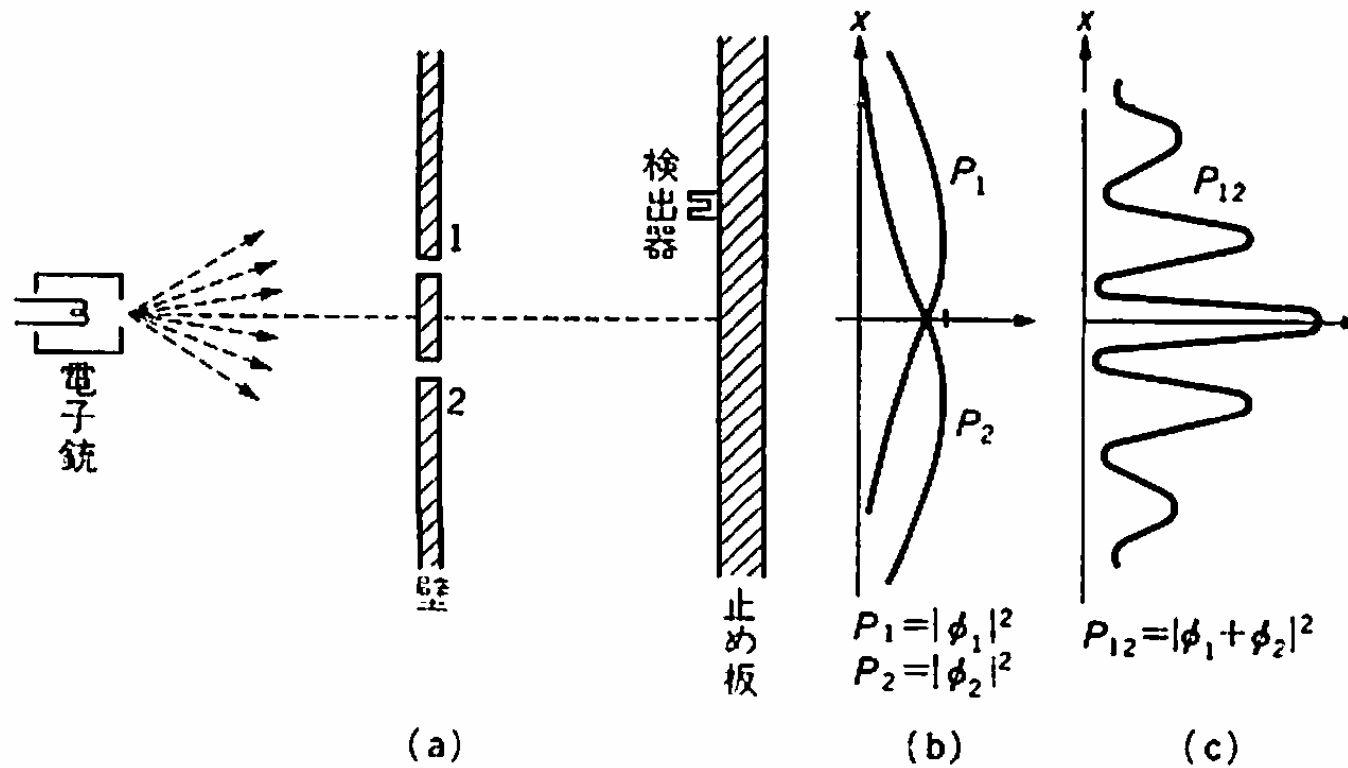


図 電子をつかった干渉実験

ヤングの実験の再考

フォトンカウンティング領域における 「ヤングの干渉実験」

正会員 土 屋 裕[†], 正会員 犬 塚 英 治[†]
杉 山 優[†], 正会員 黒 野 剛 弘[†]
正会員 堀 口 千代春[†]

テレビジョン学会誌 Vol. 36, No. 11 (1982) 1010 (50)

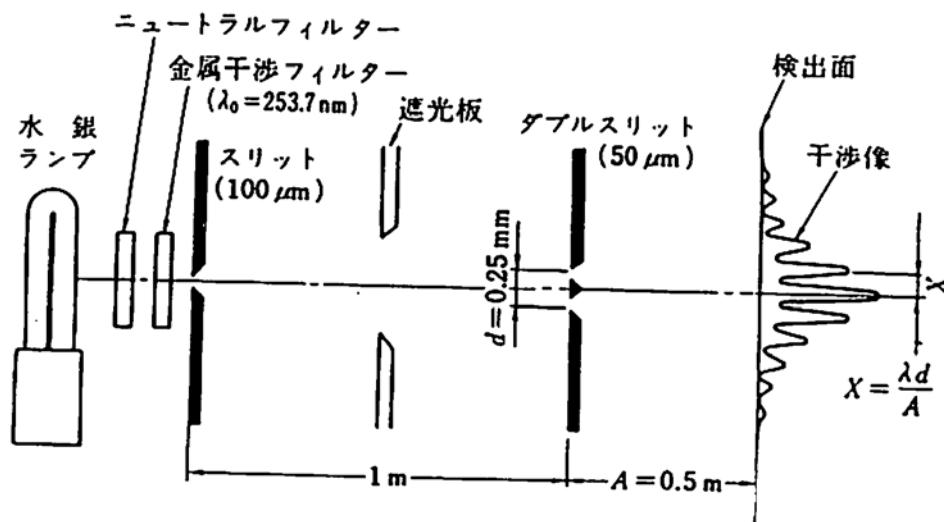


図 3 実験装置の構成

Schematic diagram of the experimental arrangement.

光子で考えた場合のヤングの実験の意味

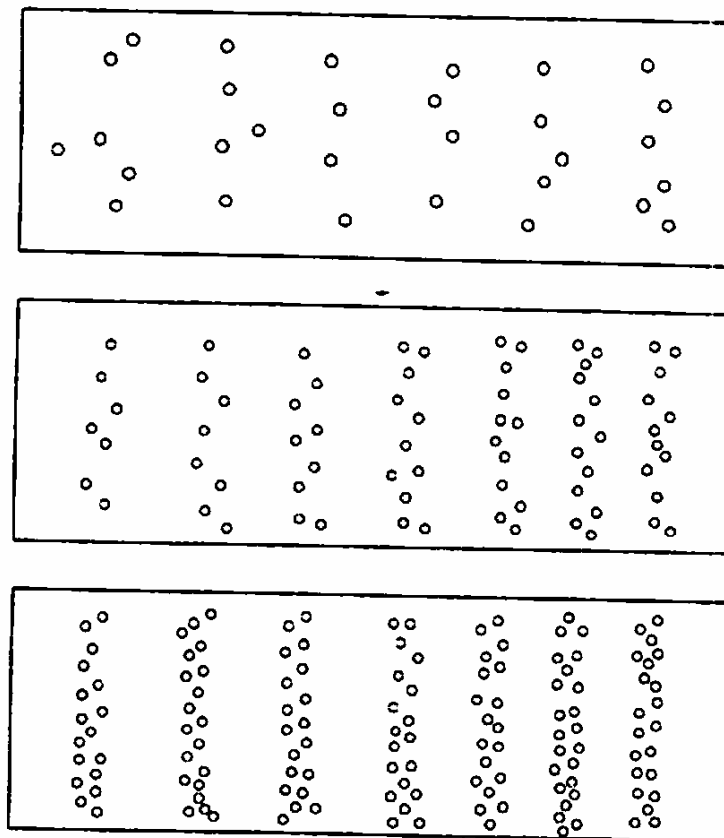
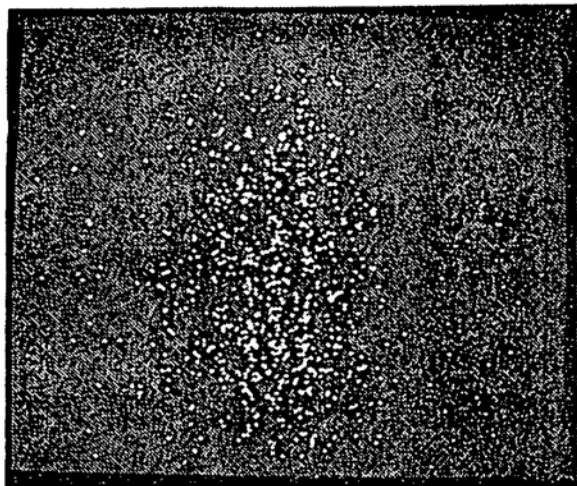


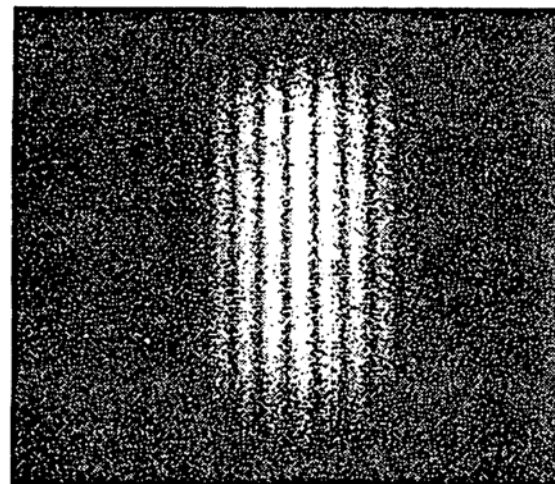
図 光子で考えた場合の2スリット干渉実験の干渉縞の意味

スクリーン上で検出された光子の数が十分大きい場合には、
個数分布が古典的な波の干渉縞と同じになる



(a) Exposure time; 10 sec, Total counts; 10^3

計測開始後 10 秒経過すると写真 1 (a) に示すようなフォトンカウンティング像が得られる。画面全体に対する計数値は 10^3 、ピーク部の計数値は 2 カウントである。この画像は 10^3 個の量子から構成されていると考えられるが、全体の形はまだ不明確である。



(b) Exposure time; 10 min, Total counts; 6×10^4

写真 1 フォトンカウンティング像の例 (ダブルスリット)
Examples of the photon-counting images obtained by using a double slit.

写真 1 (b) は計測開始後 10 分経過した時の画像を示す。全画面に対する計数値は 6×10^4 、ピーク部の計数値は 9 カウントである。この写真から明らかに干渉縞が認められる。

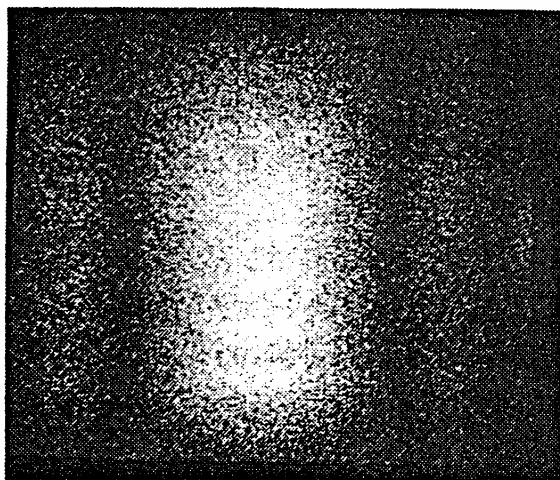


写真 2 フォトンカウンティング像の例 (シングルスリット)
An example of the photon-counting images
obtained by using a single slit.

また、写真 2 は、図 3 に示したダブルスリットの片方を閉じて、20 分間計測した時の画像である。写真からも明白なように、干渉縞は全く認められず、スリットによる回折像のみが認められた。

なお、写真 1 (b) に示した画像をフレームメモリーから読出して求めた輝度分布は、図 3 に示した系で 2 つの光束が干渉するものとして計算した 2 光束干渉の結果に一致することを確認してある。

これらの結果は、光子を粒子あるいは波動のいずれかであると考えたと説明できない。つまり、粒子であれば 1 個のスリットしか通過できず、干渉縞を作ることとはできない。また、波動とすれば、1 個 1 個の輝点

として観測されることはない。

これらのことから、この実験は光子の持つ粒子と波動という二重性を端的に示したものと考えられる。

光子は単純な粒子でも、波でもない！

ヤングの実験の古典的解釈→光の「波動性」

マックスウェル方程式→電磁波の伝播を記述

光電効果、コンプトン散乱→光の「粒子性」

光子はエネルギーと運動量をもつ

光は伝播する場合には「波動」として振る舞い、

物質粒子（電子など）と相互作用する場合には「粒子」として振舞う！

「光子は決して小さく局在するひとかたまりのものではありえない。

エネルギーの面でひとかたまりであっても、空間的にもひとかたまりである
ということにはならない。光子は単純な粒子とはいえない。

光子は単純な波ともいえない」（『アドバンシング物理』、イギリス高校物理の教科書）

ヤングの実験の現代的解釈→光の「波動性」＝光子の長時間露出

電子など「粒子」の「波動性」は量子化で理解できた：（粒子の）量子力学

光＝電磁場の「粒子性」はどう理解できるのか？

→場の量子論（第二量子化、量子場理論）

眼球の中の光電効果

Q. 夜空の星はなぜ見えるか？

A. 光が波動の性質しかもたないとすれば、膨大な距離をあらゆる方向に伝播する際に拡散し、瞳に到達する際、エネルギーが不足して視神経を刺激することはできない。まとまったエネルギーを持つ「粒子」(光子)として眼に入り、視神経を刺激するので、夜空の星が見える！

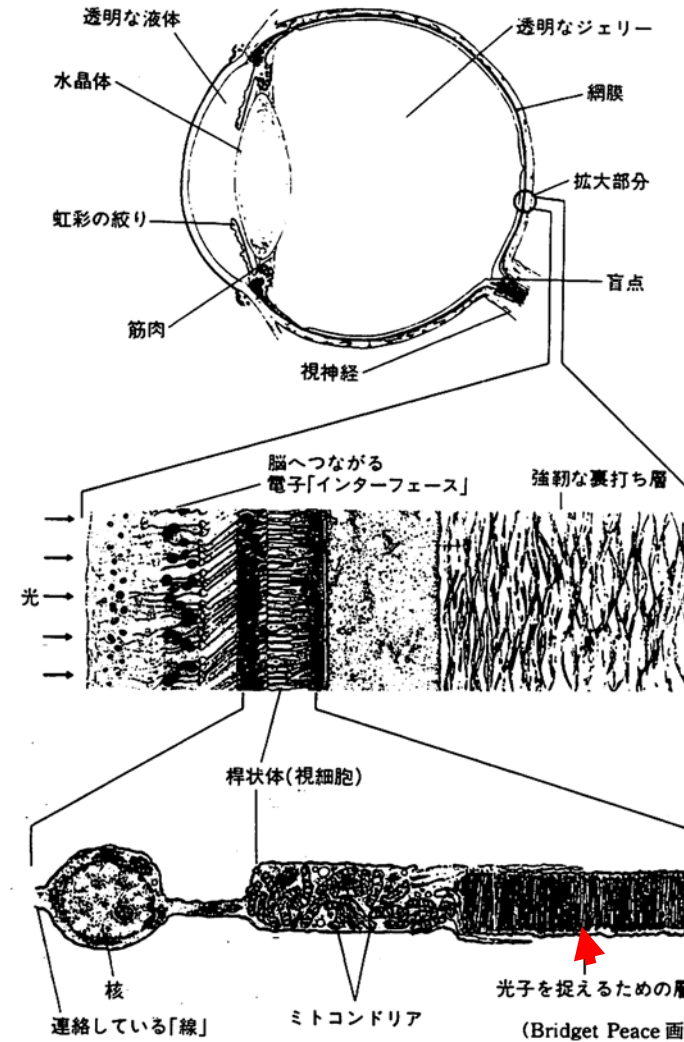


図 1

リチャード・ドーキンス

「ブラインド・ウォッチメーカー—自然淘汰は偶然か？— (上)」

(早川書房, 1994年, p.43)

光子を捉える
ための層

2. 電磁場の量子化の必要性和応用領域

量子力学では電子など物質「粒子」の量子化により、それらの波動的性質が説明された。摂動論などで光と物質粒子との相互作用は部分的には取り扱えるが十分ではない。

電磁場はもともと波動的性質をもっていたので、光子の性質を理解する上で、量子力学とは別の新しい方法が必要となる。

電磁場の量子化は、
従来は基礎物理における量子電磁力学などに応用され、発展してきた。
近年、工学的領域においても、量子情報通信などの基礎でもある量子光学や、
原子と光の相互作用や、ナノテクノロジーのための新光学(近接場光)などにも
応用されつつある。

大津元一、小林潔「近接場光の基礎—ナノテクノロジーのための新光学」、
オーム社、2003年。

上田正仁「現代量子物理学」、培風館、2004年。

川上恭「工学系のための量子光学」森北出版、2008年。

3.1 電磁気学のマックスウェル方程式

マックスウェル方程式(真空中)の微分形

$$\vec{\nabla} \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \dots (1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \mathbf{B} = 0, \dots (2)$$

$$\vec{\nabla} \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \dots (3)$$

$$\vec{\nabla} \times \mathbf{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu_0 \mathbf{j}, \dots (4)$$

電場に対するガウスの法則

(電荷は電気力線の源)

磁場に対するガウスの法則

(磁力線は閉じている)

ファラデーの電磁誘導の法則

(磁束密度の時間変化率に比例し、
変化を妨げる向きに、誘導電場が発生)

アンペールマックスウェルの法則

$\mathbf{E}$ 電場(ベクトル)

ε_0 真空の誘電率

$\mathbf{B}$ 磁束密度(ベクトル)

μ_0 真空の透磁率

$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$, $\mathbf{H}$: 磁場ベクトル

ρ : 電荷密度 $\mathbf{j}$ 電流密度(ベクトル): 単位断面積あたりの電流の大きさ・向き

電磁波とそのエネルギーの流れ

マックスウェル方程式からの電場、磁場の波動方程式の導出

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}, \nabla^2 \mathbf{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} \rightarrow \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} = c^2; c = \text{光速度} !$$

光＝電磁波：物理空間（真空）は電磁波を伝える性質をもつこと

ポインティング・ベクトル (Poynting vector)

$\mathbf{S} \equiv \mathbf{E} \times \mathbf{H}$, 電磁波のエネルギー流れの密度

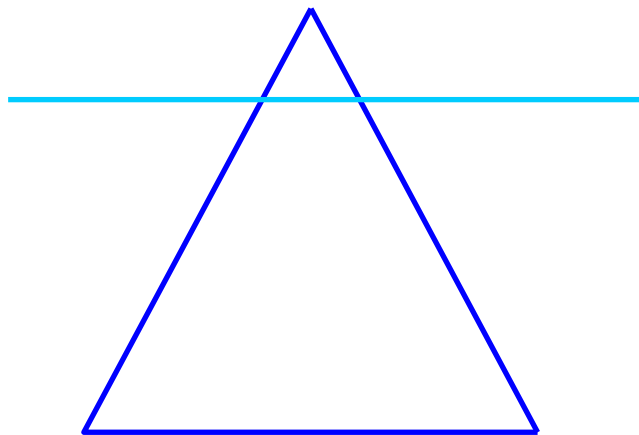
$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$$

スカラー・ポテンシャルとベクトル・ポテンシャルの導入

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \cdots (5) \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \cdots (6)$$

静電場 誘導電場

電場 E 、磁場 B よりもスカラー・ポテンシャル ϕ 、
ベクトル・ポテンシャル $\mathbf{A}$ がより基本的な物理量



氷山の一角としての電場、磁場

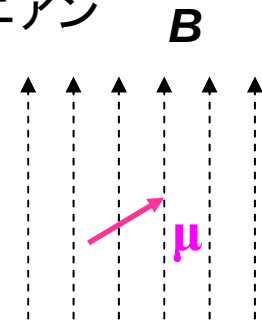
氷山全体としてのスカラー・ポテンシャル、
ベクトル・ポテンシャル

4. 電磁場中の荷電粒子の古典ハミルトニアン

電荷 q 、質量 m の磁気モーメント $\boldsymbol{\mu}$ をもつ荷電粒子の運動量 $\mathbf{p}$ 、
静電ポテンシャル ϕ 、ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ の中のハミルトニアン

$$H = \frac{1}{2m} (\mathbf{p} - q\mathbf{A})^2 + q\phi - \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$$

$$= \frac{1}{2m} (\mathbf{p} - q\mathbf{A})^2 + q\phi - \boldsymbol{\mu} \cdot (\nabla \times \mathbf{A})$$



$$\mathbf{E} = -\nabla \phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

静電場 誘導電場

-----ハミルトン方程式

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

ローレンツ力

$$\frac{dp_x}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x}, \quad \frac{dp_y}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial y}, \quad \frac{dp_z}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial z};$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_x}, \quad \frac{dy}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_y}, \quad \frac{dz}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_z}$$

自由電磁場のハミルトニアン(エネルギー)

$$\begin{aligned} H_0 &\equiv \frac{1}{8\pi} \iiint \left(\frac{\varepsilon_0}{2} \mathbf{E}^2 + \frac{1}{2\mu_0} \mathbf{H}^2 \right) d^3\mathbf{r} \\ &= \frac{1}{8\pi} \iiint \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \cdot \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 \partial_j \mathbf{A} \cdot \partial_j \mathbf{A} \right) d^3\mathbf{r}, \dots (7) \\ \sum_{j=1}^3 \partial_j \mathbf{A} \cdot \partial_j \mathbf{A} &\equiv \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} \cdot \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y} \cdot \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z} \cdot \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z} \end{aligned}$$

5. 電磁場の方程式におけるゲージ変換とその不定性

ポテンシャルの従う方程式(一般)

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \cdots (1)$$

$$-\nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) + \Delta \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial(\nabla \phi)}{\partial t} = \mu_0 \mathbf{j}, \cdots (2) \text{ (真空: } \phi = 0, \mathbf{j} = 0 \text{)}$$

ゲージ変換と電磁場のゲージ不変性

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) \rightarrow \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) + \nabla \chi(\mathbf{r}) : \cdots (3), \chi(\mathbf{r}) : \text{任意のスカラー関数}$$

式(1),(2)はゲージ変換(3)に対して形を変えない

クーロン・ゲージを採用すると

$$\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = 0 \cdots (4) \quad \text{式(4)は電磁波には縦波がないという条件}$$

$$\Delta \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0 \cdots (5)$$

6. ベクトル・ポテンシャルの平面波展開

ベクトル・ポテンシャルを3次元フーリエ展開する

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{q}(\mathbf{k}, t) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \cdots (1)$$

この展開式をベクトルポテンシャルが満たす式, 5の式(5)に代入すると

$$\frac{d^2}{dt^2} \mathbf{q}(\mathbf{k}, t) = -c^2 \mathbf{k}^2 \mathbf{q}(\mathbf{k}, t) \cdots (2)$$

$$\rightarrow \mathbf{q}(\mathbf{k}, t) = \mathbf{q}(\mathbf{k}) \exp(-i\omega_k t), \omega_k \equiv ck \cdots (3)$$

角振動数 $\omega = ck$ の複素振動子

ベクトルポテンシャルが実数であることを考慮して、次式のように表す。

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}} \left[\mathbf{q}(\mathbf{k}) \cdot \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega_k t) + \mathbf{q}^*(\mathbf{k}) \cdot \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + i\omega_k t) \right] \cdots (4)$$

ところが、この式(4)では5の式(4) (= 横波条件) を満たしていない！

ベクトル展開係数を波数ベクトルの方向とそれに垂直な2つの方向成分に分解する。

$$\mathbf{q}(\mathbf{k}) = q^{(1)}(\mathbf{k})\mathbf{e}^{(1)}(\mathbf{k}) + q^{(2)}(\mathbf{k})\mathbf{e}^{(2)}(\mathbf{k}) + q^{(\ell)}(\mathbf{k})\mathbf{e}^{(\ell)}(\mathbf{k}) \quad (\ell=\text{longitudinal wave, 縦波})$$

$$= \sum_{p=1,2,\ell} q^{(p)}(\mathbf{k})\mathbf{e}^{(p)}(\mathbf{k}) \cdots (5),$$

$$\mathbf{q}^*(\mathbf{k}) = \sum_{p=1,2,\ell} q^{(p)*}(\mathbf{k})\mathbf{e}^{(p)}(\mathbf{k}) \cdots (6),$$

式(5),(6)を(4)に代入して、4の式(4)より

$$\mathbf{A} \propto \sum_p q^{(p)} \mathbf{e}^{(p)} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$$

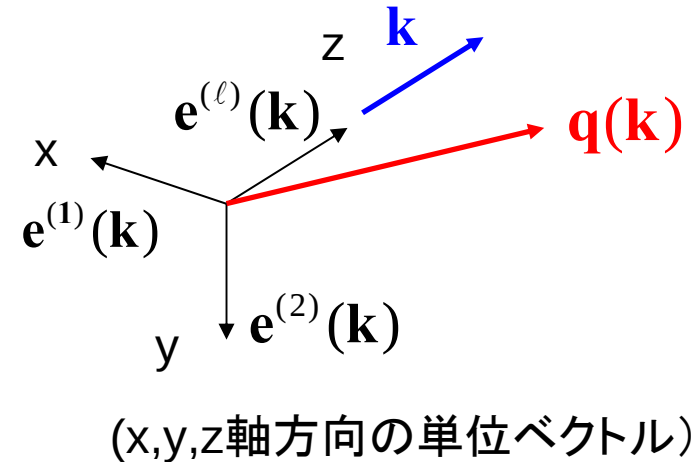
$$\rightarrow \nabla \cdot \mathbf{A} \propto \left[q^{(1)}ik_x + q^{(2)}ik_y + q^{(\ell)}ik_z \right] q^{(1)}ik_x \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$$

$$\rightarrow \mathbf{k} \cdot \mathbf{q}(\mathbf{k}) = kq^{(\ell)}(\mathbf{k}) = 0, \quad \mathbf{k} \cdot \mathbf{q}^*(\mathbf{k}) = kq^{(\ell)*}(\mathbf{k}) = 0, \cdots (7)$$

5の式(4)は電磁波には縦波がないという条件を意味する！

結局、ベクトルポテンシャルは次式のように展開される。

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}} \sum_{p=1,2} \left[q^{(p)}(\mathbf{k}) \cdot \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega_k t) + q^{*(p)}(\mathbf{k}) \cdot \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + i\omega_k t) \right] \mathbf{e}^{(p)}(\mathbf{k}) \cdots (8)$$



7. 電磁場の量子化

量子化 $q^{(p)}(\mathbf{k}), q^{*(p)}(\mathbf{k}) \rightarrow \hat{q}^{(p)}(\mathbf{k}), \hat{q}^{\dagger(p)}(\mathbf{k})$

$$[\hat{q}^{(p)}(\mathbf{k}), \hat{q}^{\dagger(p')}(\mathbf{k}')] = \frac{4\hbar c^2}{2\omega_k} \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \delta_{pp'},$$

$$[\hat{q}^{(p)}(\mathbf{k}), \hat{q}^{(p')}(\mathbf{k}')] = [\hat{q}^{\dagger(p)}(\mathbf{k}), \hat{q}^{\dagger(p')}(\mathbf{k}')] = 0 \cdots (9)$$

ボース粒子型生成・消滅演算子の導入

$$\hat{q}^{(p)}(\mathbf{k}) \equiv \sqrt{\frac{4\hbar c^2}{2\omega_k}} \hat{b}_{\mathbf{k}}^{(p)}, \quad \hat{q}^{\dagger(p)}(\mathbf{k}) \equiv \sqrt{\frac{4\hbar c^2}{2\omega_k}} \hat{b}_{\mathbf{k}}^{(p)\dagger} \cdots (10)$$

$$\rightarrow [\hat{b}_{\mathbf{k}}^{(p)}, \hat{b}_{\mathbf{k}'}^{(p')\dagger}] = \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \delta_{pp'},$$

$$[\hat{b}_{\mathbf{k}}^{(p)}, \hat{b}_{\mathbf{k}}^{(p')}] = [\hat{b}_{\mathbf{k}}^{(p)\dagger}, \hat{b}_{\mathbf{k}}^{(p')\dagger}] = 0 \cdots (11)$$

8. 量子化されたベクトルポテンシャル、ハミルトニアン、運動量

$$\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r}, t) = \sqrt{\frac{4\pi\hbar c^2}{V}} \sum_{\mathbf{k}} \sum_{p=1,2} \frac{\mathbf{e}^{(p)}(\mathbf{k})}{\sqrt{2\omega_k}} \left\{ \hat{\mathbf{b}}_{\mathbf{k}}^{(p)} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega_k t) + \hat{\mathbf{b}}_{\mathbf{k}}^{(p)\dagger} \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + i\omega_k t) \right\} \cdots (12)$$

振幅は離散的な値のみが許される！

4の式(7)、古典電磁場ハミルトニアンに式(8)を代入すると

$$H_0 = \frac{1}{8\pi} \sum_{\mathbf{k}} \sum_{p=1,2} \left(\frac{\omega_k^2}{c^2} + \mathbf{k}^2 \right) \left\{ q^{(p)}(\mathbf{k}) q^{(p)\dagger}(\mathbf{k}) + q^{(p)\dagger}(\mathbf{k}) q^{(p)}(\mathbf{k}) \right\} \cdots (13)$$

式(10)を代入する(量子化する)と

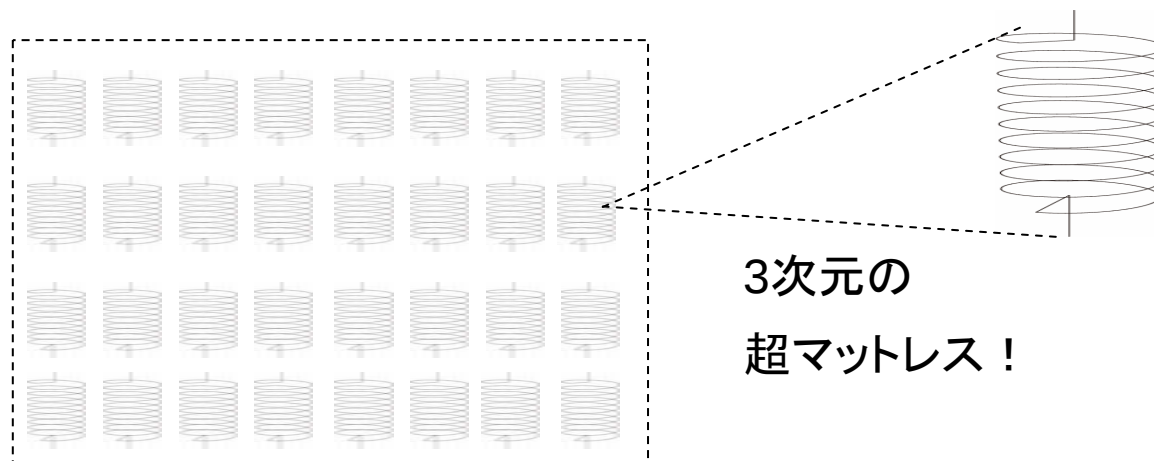
$$\hat{H}_0 = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \sum_{p=1,2} \hbar \omega_k \left(\hat{\mathbf{b}}_{\mathbf{k}}^{(p)\dagger} \hat{\mathbf{b}}_{\mathbf{k}}^{(p)} + \hat{\mathbf{b}}_{\mathbf{k}}^{(p)} \hat{\mathbf{b}}_{\mathbf{k}}^{(p)\dagger} \right) \quad \begin{array}{l} \text{古典電磁場の量子化による} \\ \text{光子(フォトン)の実現} \end{array}$$

$$= \sum_{\mathbf{k}} \sum_{p=1,2} \hbar \omega_k \left(\hat{\mathbf{b}}_{\mathbf{k}}^{(p)\dagger} \hat{\mathbf{b}}_{\mathbf{k}}^{(p)} + \frac{1}{2} \right) \cdots (14)$$

波数 $\mathbf{k}$ をもつ光子(フォトン)のエネルギー = $\hbar \omega_k$

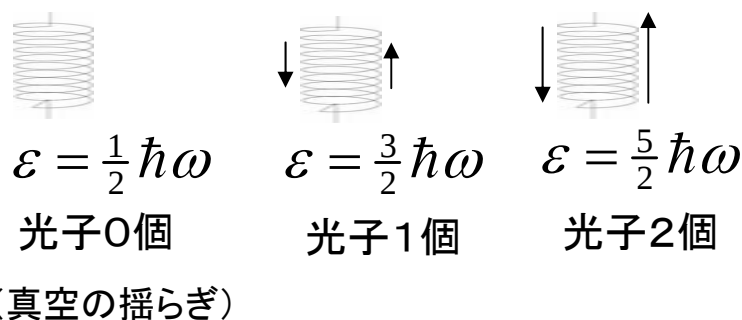
(自由)電磁場は量子的振動子の集団である！

物理的空間の各点が(量子的に)振動している



二間瀬敏史「図解雑学—素粒子」、ナツメ社、p.173他

量子的振動エネルギーと光子の個数



励起エネルギーの離散性 $\longleftrightarrow$ 粒子個数性

電磁場(電磁波)のエネルギー
= (光子エネルギー) $\times$ (光子数)

量子的振動子は右巻き型と左巻き型の2種(偏光)

ひとつの波数 $\mathbf{k}$ をもつ光子には $p=1,2$ の2種類: 偏光 (polarization) が2つあること

電磁場の運動量

$$\mathbf{G} \equiv \frac{1}{4\pi c} \iiint (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) d^3\mathbf{r} \cdots (15) : \text{Poyntingベクトルの積分}$$

量子化

$$\hat{\mathbf{G}} = \sum_{\mathbf{k}} \sum_{p=1,2} \hbar \mathbf{k} \hat{b}_{\mathbf{k}}^{(p)\dagger} \hat{b}_{\mathbf{k}}^{(p)} \cdots (16)$$

波数 $\mathbf{k}$ をもつ光子は運動量 $\hbar \mathbf{k}$ ももつこと！！

参考文献

D. K. Ferry「デバイス物理のための量子力学」、丸善。1996年。9章。

小出昭一郎「量子力学(II)―改訂版―」、裳華房、1990年。11章。

高橋 康「物性研究者のための場の量子論 I」、培風館。1984年。1, 2章。

最近の応用について:

大津元一、小林潔「近接場光の基礎―ナノテクノロジーのための新光学」、
オーム社、2003年。

上田正仁「現代量子物理学」、培風館、2004年。

川上恭「工学系のための量子光学」森北出版、2008年。