

1 原子核の基本的性質

(nucleus-properties-091104.tex)

1.1 原子核の構成粒子

原子は原子核という中心とその周囲を運動する電子から構成されている。原子の大きさに比べると、原子核は点状の粒子といえるほどに小さいが、素粒子ではなく、複合粒子である。1932年のチャドウィック (Chadwick) による中性子の発見、ハイゼンベルク (W. Heisenberg) の論文、電子が核内には存在できないという理論的制限などにより、原子核は正電荷をもつ陽子 (proton) と電荷をもたない中性子 (neutron) から構成されていることが分かっている。陽子と中性子を総称して核子 (nucleon) という。現在では、陽子も中性子も素粒子ではなくクォーク (quark) という粒子 3 個から構成されている複合粒子であることが分かっている。陽子と中性子は質量、電荷の他にも、磁気的性質などに重要な役割を果たすスピンという物理量をもつ。それらを電子と比較して表に表わす。

表 1: 原子核の構成粒子と電子

	質量 [amu]	電気量	スピン [$\hbar$]
陽子	1.007276	e	$\frac{1}{2}$
中性子	1.008665	0	$\frac{1}{2}$
電子	0.000549	$-e$	$\frac{1}{2}$

* より深い理解のためのノート :

「原子核から電子が放出されるベータ崩壊の現象があるが、このことは電子が原子核の構成要素であることを意味しているだろうか。」

- 電子を原子核内に閉じ込めたとすると、位置と運動量の不確定性関係より電子のエネルギーは数 MeV から数 10MeV にも達するが、実際にベータ崩壊で放出される電子のエネルギーはそれほど高くない。
- さらに、陽子や中性子は電子と同様に ($\hbar$ 単位で) 半整数スピンをもつ粒子 (フェルミ粒子) である。原子核の全スピンは、質量数 A が偶数の場合は整数スピンを、奇数の場合は半整数スピンをもつことが知られている。核を陽子と電子だけから構成しようとする、質量数 A 、原子番号 Z の核は、全スピンの大きさから、陽子数が A 、電子数が $(A - Z)$ でなければならない。陽子も電子もスピンは $1/2$ であるから、全体の系は $(2A - Z)$ が偶数ならば整数の全スピン、奇数ならば半整数の全スピンとなり、観測事実と一致しない。たとえば、 $^{16}_8\text{O}$ 核が 16 個の陽子と 8 個の電子から構成されると仮定すると、全フェルミ粒子数は偶数である。したがって $^{16}_8\text{O}$ 核の全スピンは 0 または整数であることが予想される。ところが、測定値は 0 であるから矛盾はない。ところが、 $^{14}_7\text{N}$ 核が 14 個の陽子と 7 個の電子からできているとすると全フェルミ粒子数は奇数となり、全スピンは $(1/2)$ の奇数倍であることが予想される。しかし、 $^{14}_7\text{N}$ 核の全スピンの測定値は 1 であり、実験事実と矛盾する。したがって、質量数 A 、原子番号 Z の原子核が陽子 A 個と電子 $(A - Z)$ 個からできているという考えはすてなければならない。

「陽子と中性子の寿命はどれだけか」

- 近年、陽子の寿命を測定する実験が行われているが、非常に長い寿命 (10^{33} 年以上) と考えられているので、原子核物理学、原子核工学においては安定な粒子と見なしてもよい。
- 自由な中性子、すなわち単独の中性子は半減期 11.7 分 (平均寿命約 16.8 分) で陽子、電子とニュートリーノ (中性微子、neutrino) に壊変 (ベータ崩壊) する。ただし、核内の中性子は一般には安定で、中性子数が陽子数に比べて多い核ではベータ崩壊する。

1.2 原子核の分類

原子核の種類は陽子数 Z , 中性子数 N , およびそれらの和として定義される質量数 (mass number) $A = Z + N$ により分類され、核種 (nuclide) と呼ばれ、つぎのように表わされる。

$$\begin{array}{c} \text{質量数} \\ \text{陽子数} \end{array} \text{元素名} \quad {}^A_Z \text{Element} \quad (1.1)$$

例えば、炭素 12 の原子核を ${}^{12}_6\text{C}$ と表わす。陽子数 Z が同じで、中性子数が異なる原子 (核) 同士をお互いに同位元素 (isotope, アイソトープ、同位体、同位核) であるという。中性原子では陽子数は原子の電子数と同じで、iso とはギリシャ語で (周期律表の) 同じ位置にあるという意味である。天然の物質を構成する原子核には一般には複数の同位核がある割合 (存在比, abundance ratio) で含まれている。ここで、三重水素 (tritium) は天然には存在

表 2: 例：水素の同位元素 (同位体)

同位核	名称 (原子としての名称)	存在比 [%]
${}^1_1\text{H}$	陽子 (水素、H)	99.985
${}^2_1\text{H}$	重陽子 (重水素、デューテリウム、D)	0.015
${}^3_1\text{H}$	三重陽子 (三重水素、トリチウム、T)	0.000

しないが、後の議論にも重要な同位核であるので、紹介した。重陽子を原子核とする同位元素を重水素といい、重水素 (D) 原子 2 個と酸素原子 (O) 1 個と結合してできる分子 (D_2O) から構成される水を重水 (heavy water) という。この呼称に対応して、陽子を原子核とする水素原子 (H) 2 個と酸素 1 個と結合してできる分子 (H_2O) から構成される通常の水を軽水 (light water) と呼ぶことがある。この呼称は軽水型熱中性子炉 (略称、軽水炉) のように原子力発電システムの分類において使用されるの通例である。別項で説明されるように、この例の天然ウラン中のが含有率の低いウラン 235 が原子力発電などにおいて重要な役割を果たす。

また、質量数が同じで、中性子数が異なる原子核同士を同重体 (アイソバー、isobar) という。さらに、中性子数が同じで陽子数が異なる原子核同士を同中性子体 (または同調体、isotone) という。また、核種を Z, N, A だけではなく、励起状態についても区別する場合もある。

表 3: 例：ウランの同位元素（同位体）

同位核	名称	存在比 [%]
${}_{92}^{238}\text{U}$	ウラン 238	99.274
${}_{92}^{235}\text{U}$	ウラン 235	0.720
${}_{92}^{236}\text{U}$	ウラン 236	0.006

1.3 原子核の基本的性質

(a) 原子核の大きさと密度

複数種類の実験結果によれば、原子核の密度 ρ は原子核によらずほぼ一定であり

$$\begin{aligned}\rho &= 0.17 \text{nucleon fm}^{-3} \\ &\approx 2 \times 10^{11} \text{kg/cm}^3 \quad (1 \text{fm} \equiv 10^{-15} \text{m})\end{aligned}\quad (1.2)$$

である。この値は 1cm^3 あたり 1 億トン程度という非常に大きなものである。形状は質量数 A に依存して若干の変化はあるが、多くの原子核は近似的には球形であり、半径 R は

$$R = r_0 A^{1/3} \quad (r_0 \approx 1.1 - 1.5 \text{fm}, \quad 1 \text{fm} \equiv 10^{-15} \text{m}) \quad (1.3)$$

のように表わされる。例えば、 ${}_{52}^{125}\text{Te}$ という原子核の半径 $R \approx 5.5 \text{fm}$ である。125 個の核子数を考えれば原子核の密度がかなり高いことが示唆される。また、体積 V は

$$V = \frac{4\pi}{3} R^3 = \frac{4\pi}{3} r_0^3 A \quad (1.4)$$

のように、質量数に比例して大きくなる。この意味で、原子核の平均的性質は液体と類似しているので、飽和性 (saturation property) があるといわれる。一方、原子の場合は、その密度は質量によりかなり変化する。

(* 参考までに：核子の大きさは 1fm であり、電子は 0.1fm 程度までは他の粒子が接近できて、内部構造はないと考えられている。すなわち、この程度の距離では点電荷として扱える。)

(b) 原子核の表面張力

別項の結合エネルギーの表面項から推定される表面張力の大きさは $3.80 \times 10^{32} \text{eV/cm}^2$ である。水の表面張力を同じ単位で表わせれば約 $4.60 \times 10^{13} \text{eV/cm}^2$ であり、原子核の表面はかなり明確であることが示唆される。

(c) 原子核の圧縮率

実験によれば、原子核の圧縮率をエネルギー単位で表わせれば、約 200MeV であることが分かっている。水の圧縮率は約 4eV であると比較すれば、極めて圧縮しにくいことを意味し、ここでも飽和性があるといえる。

(d) 核内の核子の平均速度と運動エネルギー

実験と理論的推定によれば、核内の核子の平均の運動エネルギーは 25MeV 、その速度は光速の約 6 分の 1 程度にも達している。

(e) 核内の核子の平均自由行程

多粒子系では一般に粒子の衝突（散乱）が頻繁に起こる。1回の衝突をして次に衝突するまでの平均の距離を平均自由行程（mean-free path）という。実験と理論的推定によれば、核内の核子の平均自由行程は少なくとも原子核の直径程度であることが分かっている。

(f) 原子核現象の平均的時間スケール

陽子が核外から運動エネルギー 10MeV で入射するという典型的な原子核反応を考えると、陽子が原子核の直径程度を通過する時間は 10^{-22} s 程度で、原子の世界における典型的時間に比べて非常に短い。

(g) 全角運動量（total angular momentum）

原子核は孤立系であるので、核子の固有角運動量（スピン、spin）とその原子核内で運動による軌道角運動量のベクトル和は保存される。原子核の全角運動量は核子数が偶数か奇数かにより $\hbar$ 単位を単位として整数か半整数の値をとる。

(h) 偶奇性またはパリティ (parity)

量子力学では粒子が空間中の 1 点に存在する確率は波動関数の絶対値の 2 乗に比例する。確率は空間座標の選び方には依存しない。しかし、波動関数は必ずしもそうではない。偶関数奇関数の関係と類似して、原子核の波動関数で全核子の空間座標の符号を反対にした場合に波動関数の符号が変化しない場合にはパリティ偶またはプラス、変化する場合にはパリティ奇またはマイナスという。

(i) 磁気モーメント（magnetic moment）

原子核の磁気モーメントは原子核の重心の周りの陽子の軌道運動と核子の固有磁気モーメントによって生じる。

(j) 電気四重極モーメント（electric quadrupole moment）

原子核は厳密には球形ではなく、電気四重極モーメントは荷電の分布の歪みの度合いを示す物理量のひとつである。

1.4 原子核に働く力とその特徴

原子核の基本的構成要素は陽子と中性子である。原子核の構成要素にかかわる基本的な力は次のとおりである。

1. 核力 (nuclear force)

核子間に働く力で、近距離で強い斥力、中間的距離でかなり強い引力であり、原子核の大きさ程度より長い距離ではゼロになる短距離力である。電荷の有無には基本的には依存しない（荷電独立性、荷電不変性）。粒子間の相対距離だけできまる中心力成分だけではなく、非中心力成分（テンソル力成分）もあるので、2粒子の（量子力学的な）状態にも依存する。陽子と中性子を入れ替える交換力的性質もある。

2. 電気力 (electric force):無限遠方にも到達する長距離力で、粒子間の相対距離だけできまる中心力である。原子核内の構成粒子では、陽子間のみに働く斥力である。

3. 弱い力 (weak interaction)

短距離で働くがかなり弱い。ベータ崩壊を支配する力である。

4. 重力 (gravitation):

広範囲で働くが、原子核の世界では無視できるほど小さい。

5. 力の相対的強さ

陽子間に作用する核力を基準にとると種々の力の相対的な大きさは表のとうりである。したがって、原子核の問題においては重力の影響は直接には現れないと考えてよい。

表 4: 種々の力の相対的強さ

力の種類	相対的強さ
強い相互作用	1
電磁的相互作用	10^{-2}
弱い相互作用	10^{-14}
重力相互作用	10^{-38}

1.5 原子核の結合エネルギー

● 質量とエネルギーの等価・相互転換

特殊相対論によれば、粒子が静止しているときの質量 (静止質量、rest mass = 通常の意味の質量) を m_0 とすると、質量は一定ではなく、速さに依存する。速さ v の粒子の質量 m は

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} \quad (1.5)$$

と表わされる。ここで c は真空中の光速である。さらにこのときの粒子のエネルギー E は

$$E = mc^2 \quad (1.6)$$

で示される。ここで (1.6) はニュートン力学におけるエネルギーの表現とは異なるので、その意味を調べてみよう。光速に比べて粒子速度が小さく、 $(v/c)^2$ が十分に小さい場合

$$\begin{aligned} E &= \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} \\ &\approx m_0 c^2 \left[1 - \left(-\frac{1}{2} \right) \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right] \\ &\approx m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2 \end{aligned} \quad (1.7)$$

すなわち、粒子の相対論的エネルギー E には運動エネルギー $\frac{1}{2} m_0 v^2$ だけではなく静止エネルギー (rest energy) $m_0 c^2$ も含まれる。したがって、一般には、粒子の運動

エネルギー (kinetic energy) K は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} K &= E - m_0 c^2 \\ &= (m - m_0) c^2 \end{aligned} \quad (1.8)$$

これは質量の変化分だけ運動エネルギーになることを意味している。孤立系での状態変化の際に、相対論的エネルギー E 保存されるが、(静止) 質量 m_0 は一般には保存されない。すなわち、ニュートン力学ではエネルギー保存の法則と質量保存の法則は各々独立したものと考えられていたが、特殊相対論によると質量とエネルギーは (光速 c を媒介にして) 等価であり相互に転換することができる。

原子核物理学や原子核工学 (原子力工学) においては、エネルギーの単位として、電子ボルト eV, keV, MeV, 質量の単位として、MeV/ c^2 や原子質量単位 amu (= atomic mass unit) を用いることが多い。これらと通常の単位系である MKS 単位 (SI 単位) との関係は次のとおりである。

$$\begin{aligned} 1\text{eV} &= 1.602 \times 10^{-19} \text{joule}, \\ 1\text{MeV} &= 10^6 \text{eV}, \\ 1\text{kg} &= 5.611 \times 10^{29} \text{MeV}/c^2 = 6.02 \times 10^{23} \text{amu}, \\ 1\text{amu} &= 931.49432 \text{MeV}/c^2 \end{aligned}$$

よく使用する電子、陽子、水素原子、中性子の質量はこれらの単位で

$$\text{電子の質量: } m_e = 0.91093897 \times 10^{-30} \text{ kg} \quad (1.9)$$

$$= 0.000548 \text{amu} = 0.510459 \text{MeV}/c^2, \quad (1.10)$$

$$\text{陽子の質量: } m_p = 1.6726231 \times 10^{-27} \text{ kg} \quad (1.11)$$

$$= 1.007277 \text{amu} = 938.272804 \text{MeV}/c^2, \quad (1.12)$$

$$\approx 1840 \times m_e, \quad (1.13)$$

$$\text{水素原子の質量: } m_H = 1.007825 \text{amu} = 938.783263 \text{MeV}/c^2, \quad (1.14)$$

$$\approx 1840 \times m_e, \quad (1.15)$$

$$\text{中性子の質量: } m_n = 1.6749286 \times 10^{-27} \text{ kg} \quad (1.16)$$

$$= 1.008665 \text{amu} = 939.565718 \text{MeV}/c^2 \quad (1.17)$$

$$\approx (m_p + m_e) \quad (1.18)$$

$$\approx 1840 \times m_e. \quad (1.19)$$

と表わされる。ここで、水素原子の質量も紹介した理由は、原子核の質量は通常はその中性原子の質量として与えられるので、結合エネルギーを計算する場合には水素原子の質量が陽子の質量として代用されるという事情を考慮したためである。以下、ことわらない限り、そのように考える。(ここでは、水素原子核である陽子と電子の結合エネルギー約 13.6eV を無視した。)

- 結合エネルギーと質量欠損

一般に、2 個以上の粒子系（多体系）は相互作用により束縛された複合系（結合系）となる。この複合粒子系が安定的に存在するためには、そのシステムの、質量エネルギーを含む全エネルギーが極小でなければならない。例えば、地球と月は重力により、原子は原子核と電子が電気力により、原子核の場合には核子が核力によってそれぞれの系を形成している。複合粒子系は全エネルギーの高い状態から低い状態に遷移する。（注 1）結合系をその構成要素に分解するために与えねばならない最小エネルギー、すなわち静止した構成要素に分解するためのエネルギーを結合エネルギー（binding energy, $BE, B, B.E., E_B$ ）という。質量とエネルギーの関係は粒子が素粒子か複合粒子かにはよらず成立する。（静止）質量がそれぞれ m_1, m_2 の粒子から（静止）質量 M の結合系がつくられるときの結合エネルギーは次のように表わされる。（注 1：エネルギー的には低くても遷移できない場合がある。エネルギー以外の条件、例えば、運動量保存則や角運動量保存則が満たされない場合には遷移できない。）

$$\begin{aligned} Mc^2 + BE &= m_1c^2 + m_2c^2 \\ \rightarrow BE &= (m_1 + m_2 - M)c^2 \\ &= \Delta Mc^2, \end{aligned} \quad (1.20)$$

$$\Delta M \equiv m_1 + m_2 - M \quad (\text{質量欠損 (mass defect)}) \quad (1.21)$$

$$\frac{\Delta M}{M} \times 100 : \quad (\text{質量欠損率 } \%) \quad (1.22)$$

逆に、二つ以上の構成要素がその結合系を構成する場合には、結合エネルギーに等しいエネルギーが放出される。結合エネルギーがより大きい複合粒子系はより安定である。一般に、（静止）質量がそれぞれ $m_1, m_2, \dots, m_n$ の粒子から（静止）質量 M の結合系がつくられるときの結合エネルギーは次のように表わされる。

$$\begin{aligned} BE &= (m_1 + m_2 + \dots + m_n - M)c^2 \\ &= \Delta Mc^2, \end{aligned} \quad (1.23)$$

$$\Delta M \equiv m_1 + m_2 + \dots + m_n - M, \quad (\text{質量欠損 (mass defect)}) \quad (1.24)$$

$$\frac{\Delta M}{M} \times 100 : \quad (\text{質量欠損率 } \%) \quad (1.25)$$

例えば、炭酸ガス（二酸化炭素）分子の結合エネルギーは、次のように発熱反応という形でエネルギーが放出される。



ここで原子の結合エネルギーは

$$BE = [(Zm_p + Nm_n + Zm_e) - M(Z, N)]c^2 \quad (1.27)$$

Z : 原子番号、陽子数

N : 中性子数

$$m_p, m_n, m_e : \text{陽子質量、中性子質量、電子質量} \quad (1.28)$$

$$M(Z, N) : \text{原子番号 } Z, \text{ 中性子数 } N \text{ の中性原子の質量} \quad (1.29)$$

と表わされる。この場合、質量欠損率は約 $0.7 \times 10^{-10} \%$ となり、化学反応における (近似的) 質量保存法則のが十分高い精度で成立していることがわかる。陽子と電子間の結合エネルギー (13.6eV) は原子核内の核子間の結合エネルギー (MeV 単位) に比べて非常に小さく無視できる。したがって、原子の結合エネルギーは原子核の結合エネルギー

$$BE(Z, N) = [(Zm_H + Nm_n) - M(Z, N)]c^2 \quad (1.30)$$

$$m_H : \text{水素原子の質量、} m_n : \text{中性子質量,} \quad (1.31)$$

$$\Delta M \equiv (Zm_H + Nm_n) - M(Z, N), \quad (\text{質量欠損 (mass defect)}) \quad (1.32)$$

$$\frac{\Delta M}{M} \times 100 : \quad (\text{質量欠損率 (\%)}) \quad (1.33)$$

と近似的に等しいと考えることができる。ここで、結合エネルギーの表現式に原子番号 (陽子数) と中性子数を明示的に記した。

例 (a) 重陽子の結合エネルギー

水素原子の質量 $m_H = 1.007825\text{amu}$ 、中性子の質量 $m_n = 1.008665\text{amu}$ 、重陽子の質量 $m_d = 2.014103\text{amu}$ を質量欠損、結合エネルギーの定義式に代入すると

$$\begin{aligned} \Delta M &= m_H + m_n - m_d \\ &= 0.002387\text{amu}, \end{aligned} \quad (1.34)$$

$$\frac{\Delta M}{M} \approx 0.12 \%, \quad (1.35)$$

$$\begin{aligned} BE(d) &= [m_H + m_n - m_d]c^2 \\ &= 0.002387\text{amuc}^2 \quad (1\text{amu} = 931.49432\text{MeV}/c^2) \\ &= 2.2\text{MeV}. \end{aligned} \quad (1.36)$$

例 (b) ウラン $^{235}_{92}\text{U}$ の結合エネルギー

水素原子の質量 $m_H = 1.007825\text{amu}$ 、中性子の質量 $m_n = 1.008665\text{amu}$ 、 $^{235}_{92}\text{U}$ の質量 $M(Z = 92, N = 143) = 235.04394\text{amu}$ を質量欠損、結合エネルギーの定義式に代入すると

$$\begin{aligned} \Delta M &= 92 \times m_H + 143 \times m_n - M(Z = 92, N = 143) \\ &= 1.91505 \text{ amu}, \end{aligned} \quad (1.37)$$

$$\frac{\Delta M}{M} \approx 0.81 \%, \quad (1.38)$$

$$\begin{aligned} BE(Z = 92, N = 143) &= \Delta M c^2 \\ &= 1.91505\text{amuc}^2 \quad (1\text{amu} = 931.49432\text{MeV}/c^2) \\ &= 1782.91 \text{ MeV}. \end{aligned} \quad (1.39)$$

● 核子当たりの結合エネルギーと半経験的質量公式

核子あたりの結合エネルギーは 1 個の核子を原子核から取り除くのに必要なエネルギー

ギーであり平均結合エネルギーである。測定された平均結合エネルギー（図？参照）にはつぎのような規則性がある。

- (a) $BE(Z, N)/A$ の大きさは、軽い核を除くとほぼ 8MeV であり、質量欠損率にして約 0.85% である。この性質を結合エネルギーの飽和性という。
- (b) $BE(Z, N)/A$ の値は、軽い核でも重い核でも、平均値よりも小さく $A \approx 60$ の核種、すなわち鉄の同位核あたりで最大になる。この事実は軽い核は融合することにより、また重い核は分裂することにより、結合エネルギーの余剰分が放出されることを意味する。
- (c) $Z, N = 8, 20, \dots$ などの特別な陽子数または中性子数（魔法の数、magic number）の核種でそれらの周辺の核種に比べてピークがある。（この性質は原子における電子配位の殻構造があることと類似して、原子核内の核子にも殻構造が存在することを示唆していて、1950 年代初めに立証された。）

自然界で飽和性を示す典型的な系は液体である。ウィツェッカー（1935 年）とベータ（Bethe and Bacher, 1936 年）は独立に、孤立系としての原子核と液滴との類似性（液滴模型）とそれ以外の補正項まで考慮して結合エネルギーの半経験的公式（ベータ・ウィツェッカーの公式、Bethe-Weizaecker formula）を導出した。それは次のように、体積項、表面項、非対称項、クーロン項と奇偶補正項からなる。

- (a) 体積項 (volume term) 飽和性から結合エネルギーの主成分は体積に比例する。原子核の半径が質量数の $1/3$ 乗（ $A^{1/3}$ ）に比例するので、体積は A に比例する。
- (b) 表面項 (surface term) 液体は表面張力をもっている。表面張力は単位表面積あたりのエネルギーである。
- (c) クーロン項 (coulomb term) 原子核内の陽子間の電氣的反発力により結合エネルギーを減少させる。
- (d) 非対称項 (asymmetry term) 中性子数と陽子数が同じほど安定である。
- (e) 奇偶補正項（または対効果項） 中性子数、陽子数ともに偶数の原子核がもっとも安定で、次に安定なのはどちらかが偶数で他が奇数の場合である。中性子数、陽子数ともに奇数の原子核がもっとも不安定である。これらを次のようにまとめることができる。

$$BE(Z, A) = c_v A - c_s A^{2/3} - c_a \frac{(N - Z)^2}{A} - c_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + \delta(A, Z). \quad (1.40)$$

ここで右辺の各項の係数は次のように与えられる（有馬朗人「原子と原子核」、朝倉書店、p.164）:

$$c_v = 15.56\text{MeV}, \quad c_s = 17.23\text{MeV}, \quad c_a = 23.285\text{MeV}, \quad c_c = 0.697\text{MeV}, \quad (1.41)$$

$$\delta(Z, A) = \begin{cases} \frac{130}{A}\text{MeV} & (Z, A \text{ ともに偶数}) \\ 0 & (A \text{ が奇数}) \\ -\frac{130}{A}\text{MeV} & (Z, A \text{ ともに奇数}) \end{cases}$$

[例題] ${}_{92}^{235}\text{U}$ 核の結合エネルギーをベータ・ウィツェッカーの公式でもとめ、上述の各項の相対的な大きさに注意して測定値（ 1783.9 MeV ）と比較せよ。

（解）

$$BE(92, 235) = 3656.60\text{ MeV} - 656.14\text{ MeV} - 257.72\text{ MeV} - 955.99\text{ MeV}$$

$$= 1786.75 \text{ MeV} \quad (1.42)$$

ここで、計算値と測定値との誤差は 2.85 MeV で、相対誤差は 0.15%である。

一般に、右辺の各項の係数は測定値をできるだけよく再現するように最小二乗法で決められるが、他の提案もある。ここではグリーン (Green, Rev.Mod.Phys.30(1958),569.) による値も記す。

$$BE(Z, A) = c_v A - c_s A^{2/3} - c_a \frac{[(A/2) - Z]^2}{A} - c_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + \delta(A, Z), \quad (1.43)$$

$$c_v = 15.826 \text{ MeV}, \quad c_s = 17.907 \text{ MeV}, \quad c_a = 23.517 \text{ MeV}, \quad c_c = 0.7183 \text{ MeV}, \quad (1.44)$$

$$\delta(Z, A) = \begin{cases} \frac{11.2}{A^{1/2}} \text{ MeV} & (Z, A \text{ ともに偶数}) \\ 0 & (A \text{ が奇数}) \\ -\frac{11.2}{A^{1/2}} \text{ MeV} & (Z, A \text{ ともに奇数}) \end{cases}$$

2 核力と核構造*

核子（陽子、中性子の総称）間の相互作用—核力は、QCD(量子色力学)が確立した現在、原理的には基本粒子であるクォーク (quark) と強い相互作用を媒介する粒子であるグルオン (“膠着子”、gluon) により説明されるべきものである。しかし、このことを実際に行うのは非常に困難である。実際には、核子間相互作用の中遠距離部分を中間子 (meson) と呼ばれる一群の粒子の媒介により記述し、短距離部分については、2 体散乱などの実験値を再現するようにパラメタを決めることがなされている。このようにして構成された力を現実的核力という。核力の遠距離部分は、強い相互作用を行う一番軽い中間子であるパイ中間子を二つの核子が交換するという取り扱いで説明される。

2.1 核力の原因についての湯川中間子論

2.1.1 中間子の交換により生じる核力という発想

湯川秀樹による中間子論による核力の提唱 (1935 年) は電磁的相互作用との類推でなされた。すなわち、電磁場の量子が光子 (フォトン) であるのに対して、核力をもたらす場の量子として中間子が存在し、中間子の交換により核力が生じると考える。湯川は核力をベータ崩壊を統一的に理解しようとして、当初、次のように考えた：核力の一つの核子から発生した中間子が別の中間子に吸収される過程 (中間子の交換) により生じ、他方、(現在では弱い相互作用に起因すると考えられる) ベータ崩壊は核子より放出された中間子が電子と中性微子 (ニュートリーノ) に崩壊する過程であると。

その後、弱い相互作用の研究はこの考えのようには発展しなかったが、1960-70 年代には素粒子物理学における相互作用の統一理論に至る発展の中で、弱い相互作用もまた媒介する粒子 (弱ボゾン、weak boson) の介在を通じて起こるという視点が確立した。これは、湯川の発想が形を変えて現代に継承されているともいえる。

質量 m の中間子が 2 つの核子の間で交換されるときに生じる核力の到達距離は $\hbar/mc$ となる。これは中間子のコンプトン波長に相当している。この到達距離は次のようにして推定される。ある核子が中間子を放出し、別の場所にいる核子 2 がそれを吸収する過程を考える。中間子放出に伴うエネルギーの不確定さの程度は静止エネルギー mc^2 で、対応する時間の不確定さの程度は、不確定性関係により、 $\Delta t \approx \hbar/mc^2$ である。中間子の伝播の速さは光速 c 以下であるから、中間子が核子 1 個から離れる距離は高々 $\Delta t \approx \hbar/mc$ 、すなわち中間子のコンプトン波長程度になる。中間子としてもっとも軽いパイ中間子 ($m_\pi c^2 \approx 140\text{MeV}$) をとれば、到達距離は約 1.4fm となる。

2.1.2 湯川型ポテンシャル

ここでは、もっとも単純な場合として、中性のスカラー中間子を考える。中間子の質量を m 、中間子の場を ϕ で表す。中間子の源となる核子は、位置 r_1 と r_2 に点状で存在しているとし、核子と中間子が強さ g で結合すると考える。 r_2 にある源 $\rho^{(2)}(r) = g\delta(r - r_2)$ に

より生じる中間子場 $\phi^{(2)}(\mathbf{r}, t)$ はクライン・ゴールドン方程式 (Klein-Gordon equation)

$$[\mu^2 - \Delta + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}] \phi^{(2)}(\mathbf{r}, t) = g\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_2) \quad (2.1)$$

に従う。ここで μ は中間子のコンプトン波長の逆数で、 $\mu \equiv mc/\hbar$ となる。右辺は、中間子と核子の相互作用を表す。

式 (2.1) において、 $m = 0, g = e$ とおくと、点電荷 e による電磁場のスカラーポテンシャル (電位) の従う方程式になる。

$$[-\Delta + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}] \phi^{(2)}(\mathbf{r}, t) = e\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_2). \quad (2.2)$$

式 (2.1) の静的な解として、時間依存性をなくした式から

$$\phi^{(2)}(\mathbf{r}, t) = \frac{g}{4\pi} \frac{e^{-\mu|\mathbf{r}-\mathbf{r}_2|}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|} \quad (2.3)$$

が得られる。核力ポテンシャルは、この中間子場と $\mathbf{r}_1$ の点にある同じ強さの点源 $\rho^{(1)}(\mathbf{r}) = g\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)$ との相互作用として、

$$\begin{aligned} V(r_{12}) &= - \int \rho^{(1)}(\mathbf{r}) \phi^{(2)}(\mathbf{r}, t) = \frac{g}{4\pi} \frac{e^{-\mu|\mathbf{r}-\mathbf{r}_2|}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|} \\ &= -mc^2 \tilde{g}^2 Y(\mu r_{12}), \left(\tilde{g}^2 \equiv \frac{g^2}{4\pi\hbar c}, Y(x) \equiv \frac{e^{-x}}{x}, r_{12} = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2| \right) \end{aligned} \quad (2.4)$$

が得られる。関数 $Y(x)$ の形をもつ核力を湯川型ポテンシャルという。

2.2 核力の強さ

2 核子系には束縛状態がただひとつ存在する。それは陽子と中性子からなる重陽子 (重水素の核) である。その結合エネルギーは約 2.2 MeV である。簡単のために、核力ポテンシャルを到達距離 b 、深さ V_0 の箱型ポテンシャルと仮定して量子力学計算をすると、 $b = 1.4\text{fm}$ ($1\text{fm} \equiv 10^{-15}\text{m}$) とすると、 $V_0 \approx 66\text{MeV}$ ($1\text{MeV} = 10^6\text{eV}$) である。原子における電子のイオン化エネルギーが数 eV であることを考えれば、重陽子のポテンシャルエネルギーは非常に大きいといえる。しかし、結合エネルギーはかなり小さく、かろうじて束縛状態を保っているとも言える。この理由は、非常に狭い空間に閉じ込められるために、不確定性関係により運動エネルギーも非常に大きくなり、ポテンシャルエネルギーが相殺されて、結合エネルギーが小さくなるのである。

重陽子以外の他の 2 核子系、2 陽子系や 2 中性子系の束縛状態は存在しない。2 陽子系が電氣的斥力のために存在しないことは、距離として $b = 1.4\text{ fm}$ を採用した場合の、電氣的斥力エネルギーの大きさが結合エネルギー程度であることから容易に理解できる。

$$\begin{aligned} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} &\approx (9 \times 10^9 \text{Nm}^2\text{coul}^{-2}) \times (1.6 \times 10^{-19} \text{coul})^2 \\ &= 1.44\text{MeV}, (1\text{eV} = 1.6 \times 10^{-19}\text{J}), \\ \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 b} &\approx 1.0\text{MeV}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

しかし、このような電氣的斥力が働かない2中性子系において束縛状態がなぜ存在しないのか直感的には理解が容易ではないであろう。

2.3 核力の状態依存性

核力の解明が容易ではなかった理由の一つは、核力が2核子系の状態(量子数)により大きく変化する力であったためであった。質量をもつ物体間の重力も、荷電粒子間に働く電氣力(クーロン力)も状態にはよらないことは対照的である。

このような核力の強い状態依存性は、核力の主要部分が中心力だけではなく、強い非中心力(テンソル力とスピン・軌道結合力)をもち、かつ中心力も強い交換性(2核子系の変数の交換に対してスピン・パリティで変わる性質)をもつことに由来する。

ここで、パウリのスピン演算子(ベクトル) σ 、アイソスピン演算子(ベクトル) τ を用いて、核力ポテンシャルの代表的な表現のひとつは次のように表される。

$$V(r) = \frac{g^2}{4\pi\hbar c}(\tau_1 \cdot \tau_2)\{(\sigma_1 \cdot \sigma_2) + [1 + 3(\mu r) + 3(\mu r)^2]S_{12}\frac{e^{-\mu r}}{r}\}, \quad (2.6)$$

$$S_{12} \equiv 3\frac{(\sigma_1 \cdot r)(\sigma_2 \cdot r)}{r^2} - (\sigma_1 \cdot \sigma_2), \quad (2.7)$$

$$\frac{1}{\mu} \equiv \frac{\hbar}{m_\pi c} \text{ (パイ中間子のコンプトン波長)} \quad (2.8)$$

ここで無次元の量 $g^2/4\pi\hbar c$ は、クーロン力における微細構造定数 $\alpha = e^2/\hbar c \approx 1/137 \approx 0.007$ に対応するもので、その値は約1であり、クーロン力より(二桁)強い。これが強い相互作用の名称の起源である。上述の表現から明らかなように、非中心力であるテンソル力と中心力が同等の大きさをもっていることがわかる。

ここで、テンソル力の起源を理解するために、クーロン力が働く複合系(分子など)における非中心力を考えてみる。電氣双極子1(電氣双極子モーメントベクトル p_1) のつくる電場の中に、電氣双極子2(電氣双極子モーメントベクトル p_2) が置かれた場合、電場ベクトル E_1 が p_2 と角度 θ をなすとする、正電荷 q が電場の向きに $\ell_2 \cos \theta$ だけ移動する場合の電場の行う仕事を考えると電氣的(または磁氣的な双極子)間相互作用ポテンシャル

$$U_{12} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3} \left[\frac{3(p_1 \cdot r)(p_2 \cdot r)}{r^2} - (p_1 \cdot p_2) \right]. \quad (2.9)$$

と表され、2つの双極子モーメントベクトルの相互の方向に依存する(因子 $(p_1 \cdot p_2)$) だけではなく、それぞれのベクトルの位置ベクトルとの相対的な向きにも依存する(因子 $(p_1 \cdot r)(p_2 \cdot r)$)。因子 $1/r^3$ はクーロン力ポテンシャルの距離依存性 $1/r$ に起因している。

2.4 原子核の励起状態の性質-原子核構造論-

[1, 2, 3] 以上に述べた原子核の基本的性質や、励起状態の性質から原子核をできるだけ統一的に、または微視的に理解しようとする研究が種々の立場からなされてきた。比較的古くから研究されてきたのは、液滴模型、独立粒子模型とアルファ粒子模型である。その

後、模型間の相互関係などについて研究が深まるとともに、集団運動の微視的理論などが発展させられてきた。

以下ではまず特定の現象に着目した模型的研究のいくつかをほぼ歴史的な順に紹介する。

- 液滴模型

原子核の密度が原子核の大きさ（質量）によらないことや、核子当たりの結合エネルギーが軽い核を除いてほぼ一定の値をとることなど、液体のもつ飽和性と類似していることなどから考えられたものである。軽い核の結合エネルギーが比較的小さいことは液滴の表面張力に対応して、表面にある核子の結合エネルギーが小さいためであると説明できる。そして、重い核では表面の影響が相対的に小さくなり、核子当たりの結合エネルギーは飽和値に近づく。

ボーア（N.Bohr）は液滴模型の考え方を原子核の動的性質すなわち、原子核反応に適用した複合核理論を提唱した。これは入射粒子が持ちこんだエネルギーが核内の他の核子に分け与えられて、原子核の温度が上昇し、水滴から水分子が蒸発するように、核から他の核子が放出されると考えて、実験結果と定量的にもかなりよい一致が得られている。また、核分裂現象の理解にも適用された。すなわち、入射する中性子の持ちこむ運動エネルギーまたは中性子の入射による結合エネルギーの余剰により解放されるエネルギーにより、初め球形であった核が変形して、あるときに、中ほどにくびれが生じ、次第にちぎれて二つの核となる。

- 殻模型または独立粒子模型

原子核の基底状態近傍の低励起エネルギーの実験データが粒子間の相互作用を平均的な束縛ポテンシャルと残りの相互作用に分け、粒子は束縛ポテンシャルで決まる軌道上を、残りの相互作用の影響を受けながら運動すると考えると理解できることが多い。このような描像にもとづく模型を、軌道が殻を構成することから殻模型（shell model）または独立粒子模型（independent particle model）と呼ぶ。

独立粒子模型は、核内の核子間の相互作用は小さく、ひとつの核子はある平均的な相互作用のもとに個々独立に運動しているという考え方で、液滴模型が核子間の相互作用が強いと考えるのに対して逆の立場である。独立粒子模型は、原子における軌道電子の理論と類似の結果を与え、核子の軌道の性質すなわちエネルギー固有値やスピン、パリティを与える。殻模型はいわば原子核における“原子的描像”である。

これらは液滴模型では取り扱えなかった個々の原子核の状態の性質、いわば原子核の個性を説明するのに役だった。Meyer と Jensen はこれらの状態の個性を系統的に分析して、ある種の周期性、すなわち中性子数または陽子数 2,8,20,28,50,82,126 に等しいときは核は特に安定であることを見出した。これらの数は魔法の数（magic number）と呼ばれる。すなわち、電子軌道と同じように、これらの数のところで核子軌道の殻が閉じると考えるのである。このような殻構造は、単一粒子ポテンシャルとして、個々の核子の軌道角運動量 ℓ と固有スピン s が平行か反平行かに依存する形を採用することにより説明された。これらを特に jj 結合模型という。（ jj 結合の軌道状態の図）

- クラスター 模型

液滴のような性質をもつ原子核にわずかなエネルギーを加えると、核子のすべてがばらばらになるのではなく、いくつかのかたまりに分割されるという実験事実から、原子核は行くつかの核子の集合体である部分系、すなわち核子のクラスター (cluster) によって構成されるという描像も成立しうる。これはいわば原子核の " 分子的描像 " である。

原子核の分子的な描像にもとづいて、ある原子核をいくつかのクラスターからなる多体系と考えると、そのクラスターの内部励起、クラスター間の相対運動およびそれらの間の結合 (相互作用) を取り扱う模型をクラスター模型と呼ぶ。結合エネルギーが質量数が 4 の周期をもつ極大を示すことや α 崩壊の現象があることから、 α 粒子を原子核内で副次的構成単位と見なす考えに基づいている。現在では比較的軽い原子核の性質や α 崩壊の定量的な説明にある程度まで成功している。

これらの模型はいずれも原子核の諸性質の一面または半面を捉えるにとどまって。しかし、アルファ粒子模型は核子間のパウリ原理を考慮した定量的な方法として発展させられた。原子核殻模型は核子間の残留相互作用を配位混合というアイデアで考慮し、閉殻付近の原子核を中心として、適用範囲を大幅に拡大してきた。一方、希土類元素の原子核で質量数が奇数の場合に異常に大きい電気四重極モーメントの値の説明には原子核の形状が球対称からずれ、すなわち変形の概念の導入を必要とした。ボーアら (A.Bohr、水素原子の模型を提唱した N.Bohr の息子) は変形のある主軸のまわりの量子化された回転という概念を定式化し、分子の回転及び振動に似た取り扱いをした。変形は多くの場合、回転楕円体とされている。ただし、回転運動とはいっても、剛体が回転するようなものではなく、海の満潮・干潮のように、楕円体の長軸・短軸の位相が (表面を) 空間的に移動していくようなものである。閉殻付近の原子核はこのような回転準位を示さず球形で、殻構造にしたがって核子軌道運動の励起が行われる。閉殻原子核と回転準位を示す原子核の中間の領域の偶数質量数をもつ原子核に、スピン・パリティが $0^+, 2^+, \dots$ の状態がエネルギーはほぼ等間隔にならぶものが多く観測される。これは核表面の振動に起因する励起を意味し、エネルギー的に等間隔ということは倍振動に対応するとして説明される。これらの回転、振動は個々の核子の軌道運動と違って、数個以上の核子が協同して初めて可能な現象であるので、まとめて集団運動と呼ばれる。これに関する理論を集団模型と呼ぶ。)

以上のような原子核構造に対する模型的アプローチのほかに、核子多体系としての原子核の基底状態とその近傍の性質を核力から出発して理解しようという多体問題的アプローチや、原子核を核子と中間子から構成されるハドロン多体系として記述しようとするアプローチや核子や中間子をクォークから出発して理解しようとするより基本的なアプローチが近年活発に研究されている。

特定の模型によらず、原子核という有限量子多体系の低励起エネルギー付近の諸性質をその構成粒子間の基本的相互作用 (核力) から理解しようとすることは、結果的に特定の条件下でどのような模型が成立しうるかの根拠の解明につながる。その意味で現代の原子核物理学はある意味での " スーパーモデル " を探求しているともいえる。

参考文献

- [1] 高田健次郎、池田清美、「原子核構造論」、朝倉書店、2002年。および引用された文献。
- [2] 谷畑勇夫、「宇宙核物理入門」、講談社、ブルーバックス、2002年。および引用された文献。
- [3] 堀内 昶、「核子が作る有限量子多体系」、岩波書店、2004年。