

1 原子核の崩壊と放射線

filename=decay-text091125.tex

現在、数千個の原子核が知られているが、天然に存在するのは約 320 個であり、その他は人工的に生成されたものである。天然に存在する原子核のうち約 265 個は安定である。人工的に生成された原子核のほとんどは不安定である。不安定な原子核がより安定になるうとして、原子核の外に粒子や電磁波を放出する。これらの放出される粒子や電磁波を放射線 (radioactive ray) と総称する。また、放射線の放出により元の原子核 (親核、parent nucleus) は別に原子核 (娘核、daughter nucleus) に変化する。これを原子核の崩壊 (または壊変、disintegration, decay) という。娘核は一般に不安定であり、崩壊は安定な原子核に到達するまで続く。

1.1 放射線とその種類

- 放射線とは、基本的には原子核から放出される高いエネルギーの粒子線 (粒子の線束) または電磁波である。粒子線としては α 線、 β 線、中性子線、陽子線や重イオンなどが含まれる。高エネルギーの電磁波は γ 線と呼ばれる。
- α 線は高速のヘリウム原子核の流れである。
- β 線は高速の電子の流れである。電子と電荷だけが逆符号である陽電子の流れも総称する場合がある。
- γ 線は原子核から出る高エネルギーの電磁波である。電磁波、すなわち光の一種である。光は波長によっていろんな種類に分けられる。波長の長い順に電波、赤外線、可視光線、紫外線、X 線、 γ 線と呼ばれる。X 線と γ 線の境界は明かではないが、原子から放出される高エネルギーの電磁波が歴史的に X 線と呼ばれている。一般には γ 線がよりエネルギーが高い。
- 次の項で説明するように、「放射能」というのは「放射線」を放出できる能力のことをいう。従って、放射線と放射能は本来は異なる。放射性物質とは放射線を放出する原子 (核) を含む物質のことである。しかし、現在では放射能という言葉が放射性物質という意味で使用されることもあり、注意すべきである。例えば、「放射線漏れ」とは放射線を出す源 (放射性同位元素を含む物質) を囲む遮蔽などが不十分で外に放射線が漏れていることを意味する。「放射能漏れ」とは、文字通りでは、放射線を放出する能力が外に漏れていることであるから、源が外に漏れていることを意味する。しかし、「放射線漏れ」の意味で使用される場合もあるので、放射性物質が外に漏れたかどうかを確認する必要がある。

1.2 放射性崩壊の法則

放射線の種類にかかわらず、放射性崩壊にはつぎの法則が成立することが知られている。放射性のある原子核の任意の時刻 t における個数を $N(t)$, dt 時間内の崩壊数を $(-dN)$ とする。関与する原子核の個数が多数であることによる確率的過程ではなく、量子力学の法則により、原子核の崩壊は確率的な過程であることがわかっている。原子核 (親核) の個数は時間的に変化するが、単位時間に崩壊する確率は核種ごとに定まっているので、

$$\begin{aligned} -\frac{dN}{N} &\propto dt \\ &= \lambda dt \end{aligned} \quad (1.1)$$

が成り立つ。初期時刻における原子核数を N_0 とすれば

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}. \quad (1.2)$$

となる。このとき、新しく生成される原子核 (娘核) の個数 N_d は

$$N_d = N_0 - N(t) = N_0(1 - e^{-\lambda t}). \quad (1.3)$$

ここで、 λ は崩壊定数 (decay constant) と呼ばれ、特定の崩壊に固有の定数であり、温度、圧力などの巨視的条件や、化学結合のような原子核外の微視的環境には基本的には依存しない。(例外として、ベリリウム7のように、原子のK殻の軌道電子を捕獲する一種のベータ崩壊においては、この反応の速さは原子核の位置におけるK電子の密度に依存するから、化学結合の様子と無関係ではありえないことが1947年に指摘されていた。)

平均寿命 (mean life) τ と半減期 (half life) $T, T_{1/2}$

ある t 時間推移した後、次の dt 時間に崩壊する個数を $-dN$ とすると、その確率が $-dN/N_0$ であることを用いて、平均寿命 τ は以下のように定義される。

$$\tau \equiv \int_0^\infty t \cdot (-1) \frac{dN}{dt} \frac{1}{N_0} dt = \lambda \int_0^\infty t \cdot e^{-\lambda t} dt. \quad (1.4)$$

ここで積分の値は、任意の関数 $f(x), g(x)$ に対する部分積分の公式 $\int f'(x)g(x)dx = f(x)g(x) - \int f(x)g'(x)dx$ を用いて

$$\begin{aligned} \int_0^\infty t \cdot e^{-\lambda t} dt &= \int_0^\infty t \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{-\lambda} e^{-\lambda t} \right] dt = \left[\frac{t}{-\lambda} e^{-\lambda t} \right]_0^\infty - \int_0^\infty 1 \cdot \frac{1}{-\lambda} e^{-\lambda t} dt \\ &= -\frac{1}{\lambda^2} [e^{-\lambda t}]_0^\infty = \frac{1}{\lambda^2} \end{aligned} \quad (1.5)$$

となる。結局、平均寿命 τ は

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad (1.6)$$

このように、平均寿命 τ は以下のように定義され、崩壊定数 λ と逆数関係にある。半減期 ($T, T_{1/2}$) は以下のように定義され、平均寿命 τ と比例関係にある。

$$\begin{aligned} N(t+T) &= \frac{1}{2}N(t) \\ \rightarrow T &= \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda} = 0.693 \cdot \tau \end{aligned} \quad (1.7)$$

放射能の強さ (radio-activity) とその単位

「放射能」は、ある物質中のある放射性核種が単位時間内に何回崩壊を起こすかという能力または活性度を示すものである。放射能の強さ $A(t)$ は、次式に示すように、注目している物質中に含まれているその放射性核種の量と崩壊定数 (または半減期) により決まり、いわば、発生源の強さに相当するものである。

$$A(t) \equiv \lambda N(t). \quad (1.8)$$

放射能の強さの定義についての注意事項：

1. 特定の核種に注目した場合、任意の時刻 t における原子核数 $N(t)$ が $N_0 e^{-\lambda t}$ と表され、 $-dN/dt = \lambda N(t)$ となるので、上記の定義の妥当性は理解されるであろう。
2. 注意すべきことは、二つ以上の核種 $A, B, C, \dots$ が連続的に崩壊する場合 (崩壊系列) において、 B 以降の核種の原子核数 $N_B(t)$ の時間依存性は必ずしも $e^{-\lambda_B t}$ のように、単一の指数関数に比例するとは限らないが、例えば、核種 B の放射能の強さ $A_B(t)$ を $\lambda_B N_B(t)$ であると定義する。
3. 放射能の強さは一般には時々刻々変化するが、特に断らない場合には時刻 $t = 0$ の値で考える。

放射能の単位

放射エネルギーの単位として、従来は、Ci (キュリー) が使用されてきたが、国際度量衡総会の決議を受け、Bq (ベクレル) をわが国でも使用することになった (1978 年 5 月)。従来の Ci 単位は、補助単位として使用できることになっている。

1. Bq (ベクレル) 注目される核種の放射能を、単位時間あたりに崩壊する原子数で表示するものである。国際単位では、放射能の発見で知られるベクレルの名に因むベクレル (Bq) でもって、毎秒 1 個の崩壊数 (disintegration per second, dps) を 1 Bq とした。

$$1 \text{ Bq} \equiv 1 \text{ dps}. \quad (1.9)$$

2. Ci (キュリー) ラジウムを発見した女性物理学者マリー・キュリーの名に因んで名付けられた。現在補助単位として用いられる Ci は、歴史的に 1 g の Ra-226 の放射エネルギーを基準にして定められた単位で、毎秒の崩壊数が 3.7×10^{10} に相当する放射能の強さとして定義される。1 Ci は、 3.7×10^{10} Bq に等しい。また Ci は単位として大き過ぎるので他の単位もある。

$$1 \text{ Ci} \equiv 3.7 \times 10^{10} \text{ Bq}, \quad (1.10)$$

$$1 \text{ mCi} \equiv 10^{-3} \text{ Ci}, \quad 1 \mu\text{Ci} \equiv 10^{-6} \text{ Ci}, \quad 1 \text{ nCi} \equiv 10^{-9} \text{ Ci}, \quad 1 \text{ pCi} \equiv 10^{-12} \text{ Ci}. \quad (1.11)$$

連続した放射性崩壊

今、核種 a が崩壊して核種 b になり、さらに b が崩壊して c という安定な原子核になったとする。それぞれの原子核数を N_a, N_b, N_c , 崩壊定数を λ_a, λ_b として、初め、 a だけが N_0 個あったとする。崩壊法則の導出と同じ考え方で

$$\begin{aligned}\frac{dN_a}{dt} &= -\lambda_a N_a, \\ \frac{dN_b}{dt} &= -\lambda_b N_b + \lambda_a N_a, \\ \frac{dN_c}{dt} &= \lambda_b N_b\end{aligned}\tag{1.12}$$

となる。これらの連立微分方程式を解けば、解として

$$N_a(t) = N_0 e^{-\lambda_a t},\tag{1.13}$$

$$N_b(t) = \frac{\lambda_a N_0}{\lambda_b - \lambda_a} (e^{-\lambda_a t} - e^{-\lambda_b t}),\tag{1.14}$$

$$N_c(t) = N_0 \left(1 - \frac{\lambda_b}{\lambda_b - \lambda_a} e^{-\lambda_a t} + \frac{\lambda_a}{\lambda_b - \lambda_a} e^{-\lambda_b t}\right)\tag{1.15}$$

が得られる。複数の放射性崩壊

崩壊様式 a, b の崩壊定数がそれぞれ λ_a, λ_b であるとして、これが崩壊定数 λ_{eff} をもつ単一の崩壊様式と等価であると解釈すれば、

$$\begin{aligned}dN &= -\lambda_a N dt - \lambda_b N dt \\ &\equiv -\lambda_{\text{eff}} N dt\end{aligned}\tag{1.16}$$

となる。これより次の関係が導かれる。

$$\lambda_{\text{eff}} = \lambda_a + \lambda_b, \quad \frac{1}{\tau_{\text{eff}}} = \frac{1}{\tau_a} + \frac{1}{\tau_b}, \quad \frac{1}{T_{\text{eff}}} = \frac{1}{T_a} + \frac{1}{T_b},\tag{1.17}$$

$$\rightarrow \tau_{\text{eff}} = \frac{\tau_a \tau_b}{\tau_a + \tau_b}, \quad T_{\text{eff}} = \frac{T_a T_b}{T_a + T_b}\tag{1.18}$$

ここで $\tau_a, \tau_b, \tau_{\text{eff}} (T_a, T_b, T_{\text{eff}})$ はそれぞれ崩壊 a, b の平均寿命 (半減期)、有効平均寿命 (有効半減期) である。三つ以上の崩壊様式がある場合にも同様な関係式が導かれる。

1.3 α 崩壊

アルファ崩壊 (α 崩壊) は次式で示すように、陽子 2 個、中性子 2 個よりなるヘリウム原子核を放出する過程である。これは一般には重い (= 質量数の大きい) 核で起こる。

(a) 娘核 Y が基底状態の場合

$${}^A_Z X_N \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y_{N-2} + \alpha({}_2^4 \text{He}_2) + Q.\tag{1.19}$$

ここで、 Q は α 崩壊により放出されるエネルギーを意味し、

$$Q = (M_X - M_Y - M_\alpha)c^2, \quad (1.20)$$

ここで M はそれぞれの質量を表わす。また、 α 粒子のエネルギー E_α は次のようにして求められる。まず、娘核 Y の速さを V_y 、 α 粒子の速さ V_α とすると、エネルギー保存則より

$$Q = \frac{1}{2}M_y V_y^2 + \frac{1}{2}M_\alpha V_\alpha^2 \quad (1.21)$$

$$= \frac{1}{2}M_\alpha V_\alpha^2 \left(1 + \frac{M_y V_y^2}{M_\alpha V_\alpha^2}\right). \quad (1.22)$$

また、運動量保存則より

$$M_y V_y = M_\alpha V_\alpha. \quad (1.23)$$

α 粒子の運動エネルギー $E_\alpha \equiv \frac{1}{2}M_\alpha V_\alpha^2$ より

$$\begin{aligned} Q &= E_\alpha \left(1 + \frac{M_\alpha}{M_y}\right) \\ \rightarrow E_\alpha &= Q \left(\frac{M_y}{M_\alpha + M_y}\right). \end{aligned} \quad (1.24)$$

(b) 娘核 Y が励起状態の場合

α 崩壊後、娘核は一般には基底状態ではなく励起状態 (Y^*) で起こる。よって、娘核が基底状態でも励起状態でも α 線のスペクトルは線スペクトルを示す。



ここで、放出されるエネルギー Q' は娘核のエネルギー準位 (励起エネルギー E_y^*) によって変わり、 $Q^* = Q - E_y^*$ により与えられる。

(*より深い理解のために)

α 崩壊の理論は 1928 年頃に Gamov や, Condon, Gurney らによって与えられた。それによると, 次のよう説明される。原子核がつくる力の場の中での α 粒子に対する核ポテンシャルは、おおむね次のようになるであろう。すなわち、 α 粒子と残りの原子核との相対距離 r が大きいところでは $2(Z-2)/(4\pi\epsilon_0 r)$ というクーロン斥力によるポテンシャル・エネルギーの形になり、 r の小さいところでは負のポテンシャルになり、初め α 粒子はこの引力のポテンシャル井戸の中に閉じ込められていると考えられる。すると、ポテンシャル・エネルギーの曲線は核半径程度の距離で極大を持ち、その山の高さは、核と α 粒子の半径の和を R とすると、 $2(Z-2)/(4\pi\epsilon_0 R)$ で与えられる。例えば、ウラン核の場合、このポテンシャルの山の高さは約 8.6MeV より大きい。ところが、実際にウラン核から放出される α 粒子の運動エネルギーは約 4.2MeV であるから、この α 粒子はポテンシャルエネルギーの山を貫通して出てくると考えねばならない。このような現象は古典力学では説明できず、量子力学でいうトンネル効果と考えられる。

1.4 β 崩壊

以下に述べるように、負の β 崩壊 (狭義の β 崩壊)、正の β 崩壊、軌道電子捕獲を β 崩壊と総称する。三つの場合の条件を議論する際に必要なので原子核と中性原子の質量について復習をする。原子は原子核と核外の電子から構成されている。通常物質は電氣的に中性であるので、原子核の質量は中性原子の質量を通じて与えられる。 Z 個の陽子と N 個の中性子からなる原子核を持つ中性原子の質量 $M(A, Z)$ は原子核の質量 $M'(A, Z)$ 、 Z 個の電子の質量と電子の結合エネルギー B_e により

$$M(A, Z) = M'(A, Z) + Z \cdot m_e + B_e/c^2 \quad (1.26)$$

と表される。この関係式において、電子の結合エネルギー B_e は一般には小さい。電子の結合エネルギーを無視する近似の下で

$$M(A, Z) = M'(A, Z) + Z \cdot m_e \quad (1.27)$$

となる。

1. 負の β 崩壊 (β^- 崩壊) :

原子核の外部における中性子 (= 自由な中性子) は陽子に転換する。

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu} \quad (T = 1000s) \quad (1.28)$$

中性子数が過剰な原子核の内部にある中性子が陽子に転換し、核内には存在できない電子と反ニュートリノ (反中性微子) が生成され、核外に放出される過程である。中性微子はゼロまたは電子の質量以下の質量をもつ中性の粒子である。反ニュートリノはニュートリノ (中性微子) の反粒子である。 β^- 崩壊の要素的過程は

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu} \quad (1.29)$$

である。実例としては

$${}^3_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + e^- + \bar{\nu} \quad (T = 12y), \quad (1.30)$$

$${}^{32}_{15}\text{P} \rightarrow {}^{32}_{16}\text{S} + e^- + \bar{\nu} \quad (T = 14d) \quad (1.31)$$

などがある。この崩壊では、一般には原子核内の中性子が陽子に変換し、電子および反中性微子 $\bar{\nu}$ (反ニュートリノ、anti-neutrino) が原子核の外に放出される。反中性微子は質量がゼロまたは電子の質量以下で中性の粒子である。一般に、この崩壊は、 β^- 崩壊後にできる原子核 (= 娘核) が基底状態の場合には

$${}^A_Z X_N \rightarrow {}^A_{Z+1} Y_{N-1} + e^- + \bar{\nu} + Q(\beta^-). \quad (1.32)$$

と表される。ここでは β^- 崩壊を通じて放出されるエネルギーを $Q(\beta^-)$ と記す。または、娘核が励起状態の場合には

$${}^A_Z X_N \rightarrow {}^A_{Z+1} Y_{N-1}^* + e^- + \bar{\nu} + Q'(\beta^-) \quad (1.33)$$

と表される。ここで、*印は励起状態を表わし、 $Q'(\beta^-)$ は $Q(\beta^-)$ から励起エネルギー E_{ex} を引いたもので ($Q'(\beta^-) = Q(\beta^-) - E_{\text{ex}}$)、 $Q'(\beta^-) < Q(\beta^-)$ である。この過程が起こる条件は、この変化によって質量欠損が生じ、それがエネルギーに転換されることである。この条件を、まず原子核の質量で表すと

$$Q(\beta^-) \equiv [M'(A, Z) - M'(A, Z + 1) - m_e] c^2 > 0. \quad (1.34)$$

となる。さらに、中性原子の質量を用いて、この条件を表すと

$$Q(\beta^-) \equiv [M(A, Z) - M(A, Z + 1)] c^2 > 0 \quad (1.35)$$

となる。自由な中性子の陽子への崩壊の場合には

$$Q(\beta^-) \equiv [m_n - m_p] c^2 \cong 0.5 \text{ MeV} > 0 \quad (1.36)$$

となり、条件は満たされている。

2. 正の β 崩壊 (β^+ 崩壊) :

陽子数の過剰な原子核の内部にある陽子が中性子に転換し、核内には存在できない陽電子とニュートリノが生じ、原子核の外に放出される過程を正の β 崩壊 (β^+ 崩壊) と呼ぶ。その要素的な過程は

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu \quad (1.37)$$

となる。実例として

$${}^{10}_6\text{C} \rightarrow {}^{10}_5\text{B} + e^+ + \nu \quad (T = 19.4\text{s}), \quad (1.38)$$

$${}^{11}_6\text{C} \rightarrow {}^{11}_5\text{B} + e^+ + \nu \quad (T = 20.3\text{min}) \quad (1.39)$$

などがある。ここで、陽電子 e^+ は電子 e^- と結合し、エネルギーが約 0.5 MeV の γ 線、すなわち 2 個の光子を相互に逆向きに放出して消滅する。(対消滅) 互いに逆向きに放出されるのは、崩壊前後の運動量保存則に従うためである。

この崩壊では、原子核内の陽子が中性子に変換し、陽電子およびニュートリノが原子核の外に放出される。(自由な陽子、すなわち原子核の外の陽子は中性子には転換しないことに注意しよう。)

陽電子は電子の反粒子であり、質量は電子のそれと同じで、電気量は逆符号で同じ大きさである。一般に、 β^+ 崩壊後にできる原子核 (= 娘核) が基底状態の場合、この崩壊は次のように表わされる。

$${}^A_Z X_N \rightarrow {}^A_{Z-1} Y_{N+1} + e^+ + \nu + Q(\beta^+). \quad (1.40)$$

または、 β^+ 崩壊後にできる原子核 (= 娘核) が励起状態の場合

$${}^A_Z X_N \rightarrow {}^A_{Z-1} Y_{N+1}^* + e^+ + \nu + Q'(\beta^+) \quad (1.41)$$

と表わされる。ここで、*印は励起状態を表わし、 $Q'(\beta^+)$ は Q から励起エネルギーを引いたもので、 $Q'(\beta^+) < Q(\beta^+)$ である。この過程が起こる条件は、 β^- 崩壊と同様

に、この変化によって質量欠損が生じ、それがエネルギーに転換されることである。この放出エネルギーを $Q(\beta^+)$ と記す。まずこの条件を原子核の質量で表すと

$$Q(\beta^+) \equiv [M'(A, Z) - M'(A, Z - 1) - m_e] c^2 > 0 \quad (1.42)$$

となる。さらに、中性原子の質量を用いて、この条件を表すと

$$Q(\beta^+) \equiv [M(A, Z) - M(A, Z + 1) - 2m_e] c^2 > 0 \quad (1.43)$$

と書き直される。

3. 軌道電子捕獲 (electron capture, EC) :

負や正の β 崩壊では電子や陽電子が原子核から放出されるのに対し、ある原子の原子核がその軌道電子を吸収し、原子核内の陽子が中性子に変換する過程を軌道電子捕獲と呼ぶその要素的過程は

$$p + e^- \rightarrow n + \nu \quad (1.44)$$

となる。実例としては

$${}^7_4\text{Be} + e \rightarrow {}^7_3\text{Li} + \nu \quad (T = 53.6\text{d}) \quad (1.45)$$

などがある。一般には次のように示される。

$${}^A_Z X_N + e^- \rightarrow {}^A_{Z-1} Y_{N+1} + \nu + Q. \quad (1.46)$$

この際、原子核に捕獲された軌道電子の空席に、より外側の殻の電子が落ち込み、X線 (特性X線) が放出される。他の過程と同様に、この変化がおこる条件を原子核の質量で表すと

$$Q(EC) \equiv [M'(A, Z) + m_e - M'(A, Z - 1)] c^2 - I > 0 \quad (1.47)$$

となる。ここで、 I は軌道電子のイオン化エネルギー (ionization energy) である。さらに、中性原子の質量を用いて、この条件を表すと

$$Q(EC) \equiv [M(A, Z) - M(A, Z - 1)] c^2 - I > 0 \quad (1.48)$$

と書き直される。通常、 I は数 eV 程度であり、 $Q(EC)$ は数 10eV 程度である。通常は原子核にもっとも近い K 殻軌道の電子を捕獲するので、 K 捕獲 (K 電子捕獲) と呼ばれる。この現象が起こると、 K 殻が空になり、他の電子がこれを埋めるために、 $K - X$ 線と呼ばれる光子を放出する。あるいは、この光子放出の代わりに、外殻軌道にある電子にエネルギーを与えて、原子外に放出されて、原子全体のエネルギーが下がる (脱励起) こともある。後者の過程を オージェ過程 (Auger process) と呼ばれ、一種の自己電離現象である。このときに放出される電子を オージェ電子 (Auger electron) と呼ばれる。

4. β 線のエネルギースペクトルとエネルギー保存則 :

α 線や γ 線は一つまたはそれ以上の定まったエネルギーをもって放射されるが、 β 線はそうではなく、いろいろなエネルギーをもって放出される。すなわち、 β 線は連続スペクトルを示す。 β 線のエネルギーが一定していないのは、電子とともに (反) 中性微子が放出され、電子と中性微子のもつエネルギーの和は放射性同位元素により定まっているが、両者へのエネルギーの配分は一定していないからである。

5. β 崩壊の安定曲線

β 崩壊に対する原子核の安定性は同重元素 (質量数 A が同じ原子核の元素) の質量の陽子数 (原子番号) への依存性を調べれば分かる。まず、原子核の結合エネルギーに対する半経験公式 (ベーテ・ウィツェッカーの公式) は

$$BE(A, Z) = c_v A - c_s A^{2/3} - c_a \frac{(N - Z)^2}{A} - c_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + \delta(A, Z), \quad (1.49)$$

と与えられる。ここで体積エネルギー項、表面エネルギー項、非対称エネルギー項、クーロンエネルギー項の係数はそれぞれ

$$c_v = 15.826 \text{MeV}, \quad c_s = 17.907 \text{MeV}, \quad c_a = 23.517 \text{MeV}, \quad c_c = 0.7183 \text{MeV}, \quad (1.50)$$

とする。また、右辺の最後の項は対エネルギーを意味し、

$$\delta(Z, A) = \begin{cases} \frac{11.2}{A^{1/2}} \text{MeV} & (Z, A \text{ ともに偶数}) \\ 0 & (A \text{ が奇数}) \\ -\frac{11.2}{A^{1/2}} \text{MeV} & (Z, A \text{ ともに奇数}) \end{cases} \quad (1.51)$$

と与えられる。質量数 A , 陽子数 Z の原子核質量についての半経験的公式 (実は原子質量公式である) はつぎのように与えられる。

$$\begin{aligned} M(A, Z)c^2 &= [M_H Z + (A - Z)m_n]c^2 - BE(A, Z) \\ &= [M_H Z + (A - Z)m_n]c^2 - c_v A + c_s A^{2/3} + c_a \frac{[(A/2) - Z]^2}{A} \\ &\quad + c_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - \delta(A, Z). \end{aligned} \quad (1.52)$$

ここで、 $M(A, Z)$ は中性原子の質量、 M_H は中性の水素原子の質量、 m_n は中性子の質量である。式 ([?]) より、同じ質量数をもつ原子核 (同重核) については、質量は陽子数 Z の下に凸の 2 次関数になるので、質量を最小にする陽子数が存在することがわかる。対エネルギー項を無視して、質量を最小にする陽子数 Z_β を求めるために、質量の偏微分係数を考えると、

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial M(A, Z)}{\partial Z} \Big|_A \\ &= (M_H - m_n)c^2 - 4c_a + \frac{8c_a}{A}Z + \frac{2c_c}{A^{1/3}}Z \\ \rightarrow Z_\beta &= \frac{2c_a + (m_n - M_H)c^2}{4c_a + c_c A^{2/3}} A \end{aligned} \quad (1.53)$$

$$\approx \frac{1}{2 + \left(\frac{c_c}{2c_a}\right) \times A^{2/3}} A \quad (1.54)$$

が得られる。係数の値を代入すると、質量数 A の原子核の質量数を最小にする陽子数

$$Z_\beta = \frac{1}{1.98350 + 0.01527 A^{2/3}} A \quad (1.55)$$

$$\approx \frac{1}{2 + 0.015 A^{2/3}} A \quad (1.56)$$

が得られる。この関係式を満たす $N(= A - Z)$ と Z との関係は β 崩壊に対する安定核の”谷間”－Heisenberg の谷－を通る曲線であり、 β 安定曲線と呼ばれる。(Heisenberg の谷という呼称は日本に固有であって、外国では使用されていないことに注意しよう。) 例えば、 $A = 63$ を代入すると、 $Z_\beta \approx 28.15$, $A = 135$ を代入すると、 $Z_\beta \approx 56.37$ である。

1.5 γ 崩壊

原子核は通常は安定した状態である基底状態になっているが、すでに説明したように、その構成粒子である核子は高速で運動している。しかし、外部からエネルギーを加えられるか、他の放射性崩壊の過程で、より高い内部エネルギーをもっている励起状態になる場合がある。このエネルギー差を励起エネルギーというが、この値は連続的ではなく、離散的である。ある励起状態にある原子核がより低いエネルギー状態に遷移するとき、エネルギー差に相当する定まったエネルギー(高エネルギー)の電磁波、すなわち、ガンマ線(γ 線)を放出する。この過程を γ 崩壊崩壊(または崩壊、gamma decay)という。放出される γ 線のスペクトルは線スペクトルである。

この γ 崩壊は、核種を X で表わすと、一般に

$$X^* \rightarrow X + \gamma \quad (1.57)$$

のように表される。ここで、 γ 崩壊前後の原子核のエネルギーを E_i, E_f , γ 線の波長を λ , 振動数を ν とすれば、エネルギー保存則から(近似的に)次の関係がある。

$$E_i - E_f \approx h\nu (= h \frac{hc}{\lambda}). \quad (1.58)$$

ここで、なぜ前式が近似的な関係である理由をより厳密に考えてみよう。 γ 線は光子の流れであり、光子はエネルギーとともに運動量ももつ。 γ 崩壊が起こるためにはエネルギー保存だけではなく、運動量も保存されなければならない。すなわち、崩壊前に原子核(の重心)が静止していて、 γ 線の放出とともに、逆向きに運動量 P で運動(反跳、recoil)したとすると

$$E_i = E_f + \frac{P^2}{2M} + h\nu, \quad (1.59)$$

$$P = \frac{h\nu}{c} = 0, \quad (1.60)$$

$$\rightarrow E_i - E_f = \frac{(\frac{h\nu}{c})^2}{2M} + h\nu \quad (1.61)$$

通常の γ 崩壊ではエネルギー差が 1 MeV 程度であり、核子の静止エネルギーが約 940MeV であることを考慮すれば、右辺の第 1 項は第 2 項に比べて十分小さいことが分かる。しかし、この反跳エネルギーを結晶格子全体に吸収されるという機構が注目され、メスバウアー効果として知られている。R.Meyer「固体物理学概論」(アグネ技術社)15 章など参照。なお、 γ 崩壊は一般には瞬間的

に(10^{-10} s 以下)起こるが、励起状態の寿命が非常に長いもの(metastable state)があり、長時間にわたって変化する場合もある。これを異性体変化(isomeric transition)という。例えば、 ^{103}Rh の場合の異性体には $^{103}\text{Rh}^m$ の半減期は約 57 分である。